ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 MARS 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie le décès, survenu le 13 décembre 1921, de M. *Max Nœther*, Correspondant pour la Section de Géométrie.

M. **H. Jumelle**, élu Correspondant pour la Section de Botanique, adresse des remercîments à l'Académie.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des commissions de prix de 1922, ouvert en la séance du 27 février, est clos en celle du 6 mars.

52 cahiers de vote sont déposés.

Le dépouillement des cahiers de vote donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Grand prix des sciences mathématiques*, *prix Poncelet*, *Francœur*. — MM. Appell, Painlevé, Hadamard, Goursat, Borel, N...; Boussinesq, Émile Picard, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Hamy, Kœnigs.

II. Mécanique : *Prix Montyon*, *Fourneyron*, *Henri de Parville*. — MM. Boussinesq, Sebert, Vieille, Lecornu, Kœnigs, Mesnager; Émile Picard, Appell, Bertin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Rateau, Borel.

III. Astronomie : *Prix Lalande, Benjamin Valz, Janssen, Pierre Guzman.* — MM. Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Puiseux, Andoyer; Boussinesq, Émile Picard, Appell.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. de Gramont, Favé.

IV. Géographie : *Prix Delalande-Guérineau, Gay, fondation Tchihatchef, prix Binoux.* — MM. Bertin, Lallemand, Fournier, Bourgeois, Favé, Ferrié; Guignard, le prince Bonaparte, Douvillé.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lecomte, Joubin.

V. Navigation : *Prix de six mille francs, Plumey.* — MM. Boussinesq, Sebert, Bertin, Vieille, Lallemand, Lecornu, Fournier, Bourgeois, Kœnigs, Favé, Mesnager, Ferrié; Émile Picard, Rateau, Laubeuf.

Ont ensuite obtenu le plus de suffrages : MM. Gaston Bonnier, Borel.

VI. Physique : *Prix L. La Caze, Kastner-Boursault, Hébert, Hughes, fondation Clément Félix.* — MM. Violle, Bouty, Villard, Branly, Daniel Berthelot, Brillouin; Boussinesq, Émile Picard, Paul Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell, de Gramont.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, L. La Caze, fondation Cahours, prix Houzeau.* — MM. Lemoine, Haller, Le Chatelier, Moureu, Béhal, Urbain; Schlœsing, Maquenne, Lindet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, A. Lacroix.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Victor Raulin.* — MM. Barrois, Douvillé, Wallerant, Termier, de Launay, Haug; A. Lacroix, Depéret, Kilian.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Maquenne, le prince Bonaparte.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, de la Fons-Mélicocq, de Coincy.* — MM. Guignard, Gaston Bonnier, Mangin, Costantin, Lecomte, Dangeard; Bouvier, le prince Bonaparte, Henneguy.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Maquenne, Flahault.

X. Anatomie et Zoologie : *Prix Cuvier, fondation Savigny, prix Jean Thore.* — MM. Ranvier, Bouvier, Henneguy, Marchal, Joubin, Mesnil; Laveran, le prince Bonaparte, Douvillé.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval, Charles Richet.

XI. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Mège,*

Bellion, Larrey. — MM. d'Arsonval, Laveran, Charles Richet, Quénu, Widal, Bazy; Guignard, Roux, Henneguy, Branly, Mesnil.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Leclainche, Joubin.

XII. Physiologie : *Prix Montyon, L. La Caze, Pourat, Martin-Damourette, Philipeaux.* — MM. d'Arsonval, Roux, Laveran, Henneguy, Mangin, Charles Richet, Quénu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Widal, Mesnil.

XIII. *Fonds Charles Bouchard.* — MM. d'Arsonval, Guignard, Roux, Laveran, Henneguy, Mangin, Branly, Charles Richet, Quénu, Widal, Bazy, Mesnil.

XIV. *Prix Montyon de statistique.* — MM. Émile Picard, Appell, Violle, le prince Bonaparte, Tisserand, Lecomte, Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, d'Ocagne.

XV. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Bouvier, Bigourdan, de Launay, Daniel Berthelot.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Violle, Borel.

XVI. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot.* — MM. Bertin, Haller, Émile Picard, A. Lacroix.

XVII. *Prix Gustave Roux, Thorlet, fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Hirn, Henri Becquerel.* — MM. Bertin, Haller, Émile Picard, A. Lacroix, Appell, Guignard.

XVIII. *Prix Alhumbert.* — MM. Guignard, Bouvier, A. Lacroix, Le Chatelier, Wallerant, de Gramont, Joubin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval, Roux.

XIX. *Prix Bordin.* — MM. Guignard, Roux, Haller, A. Lacroix, Douvillé, Mangin, Costantin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Schlœsing, Lecomte.

XX. *Prix Lallemand.* — MM. d'Arsonval, Bouvier, Henneguy, Marchal, Richet, Joubin, Mesnil.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Quénu, Widal.

XXI. *Prix Vaillant.* — MM. Guignard, Bouvier, A. Lacroix, Le Chatelier, Termier, Moureu, Joubin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, Douvillé.

XXII. *Prix Houllevigue.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Violle, Deslandres, Bigourdan, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Borel, Brillouin.

XXIII. *Prix Saintour.* — MM. Guignard, Roux, Bouvier, A. Lacroix, Termier, Marchal, Mesnil.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Laveran, Mangin.

XXIV. *Prix Henri de Parville* (Ouvrages de sciences). — MM. Bertin, Haller, Émile Picard, A. Lacroix, Appell, Moureu, Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Haller, le prince Bonaparte.

XXV. *Prix Lonchampt.* — MM. Guignard, Roux, Laveran, A. Lacroix, Maquenne, Mangin, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Leclainche, Widal.

XXVI. *Prix Henry Wilde.* — MM. Émile Picard, Guignard, Violle, A. Lacroix, Bigourdan, Kœnigs, Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Appell.

XXVII. *Prix Caméré.* — MM. Vieille, Le Chatelier, Lecornu, Kœnigs, Rateau, Mesnager, d'Ocagne.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, Lallemand.

XXVIII. *Prix Victor Raulin.* — MM. Violle, Deslandres, Bigourdan, Hamy, Lallemand, Puiseux, Bourgeois.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, Branly.

XXIX. *Fondation Jérôme Ponti.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Bigourdan, Villard, Lecornu, Kœnigs.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Sebert, Borel.

XXX. Question à proposer pour le *Grand prix des sciences physiques* à décerner en 1925. — MM. d'Arsonval, Guignard, A. Lacroix, Douvillé, Le Chatelier, Termier, Joubin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bouvier, Henneguy.

XXXI. Question à proposer pour le *Prix Bordin* (sciences mathématiques) à décerner en 1925. — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Bigourdan, Lecornu, Kœnigs, Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Hadamard, Bourgeois.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Nouvelles applications de la représentation conforme aux équations fonctionnelles*. Note de M. **Gaston Julia**.

1. Lorsque la substitution $Z_1 = R(Z)$ a un point double indifférent α, tel que $\alpha = R(\alpha)$, $R'(\alpha) = 1$ $[R''(\alpha) \neq 0$ pour simplifier$]$, on peut supposer α à l'infini et les axes tels que $Z_1 = Z + a + \rho(Z)$, a étant positif et $\rho(Z)$ fonction rationnelle de Z, nulle à l'infini. L'existence d'une fonction méromorphe $f(z)$ vérifiant $f(z+a) = R[f(z)]$ peut s'établir par la méthode indiquée dans ma précédente Note [1].

L'étude *locale* de l'itération au voisinage d'un point double indifférent prouve que l'on peut déterminer un demi-plan $(P_0)[R(Z) \leqq \alpha]$, tel que, Z décrivant (P_0), Z_1 décrive une aire (P_1) contenant (P_0) à son intérieur [2]. De proche en proche on définira les aires (P_2), (P_3), ... par prolongement analytique, telles que Z décrivant (P_n), $Z_1 = R(Z)$ décrive (P_{n+1}), chacune de ces aires contenant toutes les précédentes. Lorsque n grandit, ces aires deviennent des surfaces de Riemann simplement connexes dont le nombre de feuillets devient infini avec n et qui recouvrent tout le plan. Soit Σ la limite de (P_n) pour $n = \infty$: c'est une surface de Riemann simplement connexe. Essayons de la représenter sur un cercle ou un plan pointé. Choisissons un point fixe ω sur Σ, par exemple dans (P_0) sur le premier feuillet. Comme cercle (ou demi plan) de représentation, nous pouvons toujours choisir $\pi_0[R(z) \leqq \alpha]$, *identique à* P_0, et comme point correspondant à ω, nous choisissons ω *lui-même*. Si l'on convient qu'au point à l'infini sur l'axe réel négatif de z doit correspondre le point à l'infini sur l'axe réel négatif du premier feuillet de Σ, la fonction $Z = \varphi(z)$ qui fournit la représentation est parfaitement définie, si elle existe. Et c'est la limite uniformément atteinte dans π_0, de la famille [3] des

$$\varphi_0(z) = z, \qquad \varphi_1(z) = R\{\varphi_0[S_1(z)]\}, \qquad \varphi_2(z) = R_2\{\varphi_0[S_2(z)]\}, \qquad \ldots,$$

---

(1) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 517.

(2) Si α était à distance finie, P_0 serait un cercle C_0 *passant par* α, non tangent à une direction privilégiée, issue de α, et de rayon assez petit. L'aire (C_1) itérée de (C_0) contiendrait (C_0) et son contour C_1 serait tangent à C_0 en α.

(3) $\varphi_n(z)$ fournit la représentation de (P_n) sur π_0.

les substitutions $S_n(z)=\alpha_n z+\beta_n$ conservant le demi-plan π_0, et étant telles que $S_n(\omega)=\omega_{-n}$, antécédent d'ordre n de ω $[\omega=R_n(\omega_{-n})]$, antécédent intérieur à π_0 et tendant vers l'infini, lorsque $n=\infty$; alors $\varphi_n(\omega)=\omega$. Mais on reconnaît que $\varphi'_n(\omega)$ *devient infini avec* n, et ce critérium d'impossibilité prouve que Σ n'est pas représentable sur un demi-plan (ou cercle), mais doit l'être sur un *plan pointé*. Pour obtenir cette représentation, on peut considérer la suite

$$f_0(z)=z,\qquad f_1(z)=R[f_0(z+h_1)]=R(z+h_1),\qquad \ldots,\qquad f_n(z)=R_n[z+h_n],$$

en posant $h_n=\omega_{-n}-\omega$. Alors $f_n(\omega)=\omega$. Les $f'_n(\omega)=R'_n(\omega_{-n})=\dfrac{1}{R'_{-n}(\omega)}$ forment cette fois une suite qui converge vers une limite finie (¹) et $\neq 0$. Or $f_n(z)$ représente (P_n) sur le demi-plan

$$\pi_n[\mathcal{R}(z)\leqq\alpha-\mathcal{R}(h_n)=\alpha+\mathcal{R}(\omega-\omega_{-n})=\alpha_n],$$

et π_n a pour limite le plan z (pointé à l'infini). *La fonction méromorphe* $Z=f(z)$ *représentant* Σ *sur le plan pointé* z, $[f(\omega)=\omega]$ *sera la limite de* $f_n(z)$ *dans tout domaine fini.*

Sur Σ, $Z_1=R(Z)$ définit une transformation analytique biunivoque sans autre point double que le point α du premier feuillet (α est à l'infini). C'est un point *frontière* de Σ. A deux points homologues Z et Z_1 de Σ correspondent, par $Z=f(z)$ et $Z_1=f(z_1)$, deux points z et z_1 du plan pointé; $z_1(z)$ est une transformation biunivoque et analytique du plan pointé en lui-même, l'infini étant seul point double : c'est justement $z_1=z+a$ et l'on a bien

$$f(z+a)=R[f(z)].$$

2. Si l'on considère maintenant $G[R_1(Z)]=R_2[G(Z)]$, R_1 et R_2 étant deux fractions rationnelles et G une fonction à déterminer, holomorphe au voisinage d'un point double o, répulsif (²) de

$$[Z\,|\,R_1(Z)],\qquad [R_1(0)=0,\ |R'_1(0)=s_1|>1],$$

telle, pour simplifier, que

$$G(0)=0,\qquad G'(0)=1\qquad [0=R_2(0),\ R'_2(0)=s_1],$$

la méthode utilisée ici conduit : 1° à prendre autour de o dans le plan Z

(¹) On le voit par une évaluation assez grossière de $\omega_{-n}=R_{-n}(\omega)$, montrant que $\dfrac{\omega_{-n}}{na}$ tend vers -1 pour $n=\infty$.

(²) Ceci ne restreint pas la généralité.

une petite aire circulaire (C_0) qui, itérée indéfiniment par $[Z|R_1(Z)]$, donnera à la limite une surface de Riemann Σ_1 simplement connexe; 2° à opérer de même dans un plan ζ en itérant indéfiniment par $[Z|R_2(Z)]$ une petite aire (Γ_0) entourant o, ce qui à la limite donne une surface de Riemann Σ_2. La relation $\zeta = G(Z)$, $G(Z)$ étant la fonction cherchée, fournira la *représentation conforme de* Σ_2 *sur* Σ_1. On la réalise en représentant Σ_1 et Σ_2 sur un plan auxiliaire z par les fonctions fondamentales $\Gamma_1(z)$ et $\Gamma_2(z)$:

$$\Gamma_1(s_1 z) = R_1[\Gamma_1(z)], \qquad \Gamma_1(o) = o, \qquad \Gamma'_1(o) = 1;$$
$$\Gamma_2(s_1 z) = R_2[\Gamma_2(z)], \qquad \Gamma_2(o) = 1, \qquad \Gamma'_2(o) = 1.$$

Il est évident alors que $\Gamma_2(z) = G[\Gamma_1(z)]$. Donc $G(Z) = \Gamma_2[\gamma_1(Z)]$, $\gamma_1(Z)$ étant la fonction inverse de $\Gamma_1(z)$ (¹). En partant d'un élément circulaire (Γ_0) de surface de Riemann ramifiée en o dans le plan ζ, pour engendrer Σ_2, on aurait toutes les solutions de $G[R_1(Z)] = R_2[G(Z)]$.

3. La même méthode, appliquée à l'itération indéfinie du domaine D_α, supposé simplement connexe, d'un point double attractif α de $R(Z)$, fournit une surface de Riemann Σ simplement connexe, projetée sur D_α, limitée au contour de D_α parcouru une infinité de fois dans le même sens. Σ peut être représentée conformément sur un *demi-plan* $I(z) > o$ par une fonction uniforme $Z = f(z)$. Envisagée *sur* Σ, $Z_1 = R(Z)$ est une transformation biunivoque de Σ en elle-même, sans point double *intérieur à* Σ [α, limite de points de ramification de Σ, n'est pas un point *intérieur* à Σ] ; il lui correspond une transformation biunivoque du demi-plan $I(z) > o$ en lui-même, qui se ramène à $z_1 = \sigma z$ (σ réel positif). On a

$$f(\sigma z) = R[f(z)].$$

Mais, sauf dans le cas où $[Z|R(Z)]$ est à cercle ou arc de cercle fondamental, $f(z)$ *admettra pour coupure l'axe réel* $I(z) = o$. $f(z)$ pourrait s'obtenir : 1° en représentant D_α sur un cercle du plan t par $Z = \psi(t)$; 2° en déterminant une fonction fondamentale $t = \varphi(z)$ de la transformation rationnelle $t_1 = \rho(t)$ déduite de $Z_1 = R(Z)$: $\varphi[\sigma z] = \varphi(z)]$; alors $f(z) = \psi[\varphi(z)]$. $f(z)$ présente quelque analogie avec la fonction modulaire. Mais ses valeurs restent intérieures à D_α, et elle tend vers α quand z tend vers l'infini sur un rayon issu de o.

(¹) *Sur une classe d'équations fonctionnelles* (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 813).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème nouveau concernant les fonctions analytiques et la représentation conforme.* Note de M. **Henri Villat**.

Dans un ensemble de recherches sur les mouvements fluides tourbillonnaires, j'ai reconnu que la solution d'un nombre considérable de questions dépendait du problème suivant :

« Déterminer une représentation conforme faisant correspondre à un demi-plan, par exemple, un domaine pour lequel deux portions de la frontière puissent être amenées en coïncidence par une simple translation. »

C'est là un problème que je crois entièrement nouveau, et qui permettra beaucoup d'applications importantes. La question peut se ramener à une équation intégrale pour la résolution de laquelle j'ai pu obtenir un théorème d'existence. Dans certains cas la solution se laisse écrire explicitement; dans le cas le plus général, on peut toujours parvenir à une solution approchée, à défaut de la solution précise que l'on sait exister.

Je donne ci-dessous quelques indications concernant d'abord le cas théoriquement, mais non pratiquement, le plus simple, où le domaine à représenter est une bande indéfinie comprise entre deux courbes déduites par translation l'une de l'autre. Il est naturel de représenter ce domaine sur une bande à bords rectilignes. Un premier procédé consiste à rechercher une fonction analytique se reproduisant à une constante près quand on passe d'un bord à l'autre, moyennant une correspondance convenable entre les points des frontières; on tombe ainsi sur des équations peu maniables, sauf le cas particulier où la correspondance des bords se fait par divisions semblables; dans ce dernier cas on trouve l'équation intégrale, avec la fonction inconnue F :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(\alpha) - F(\beta)}{\operatorname{sh}(\alpha - \beta)} d\alpha = c \qquad (c = \text{const.});$$

cette équation est aisée à étudier : on constate sans peine qu'elle possède la solution

$$F(\alpha) = \text{const.} + \frac{2c\alpha}{\pi^2};$$

on démontre aussi qu'elle n'en possède pas d'autres.

Ce cas particulier mis à part, pour surmonter la difficulté du cas général, j'utiliserai un procédé se rattachant à la Mécanique des fluides, en suppo-

sant le domaine étudié, occupé par un courant liquide, dont le potentiel et la fonction de courant serviront de variables auxiliaires. Avec des unités convenablement choisies, le problème général se ramène alors à la résolution, par rapport à la fonction inconnue B, de l'équation intégrale

$$(1)\qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \log\left| \operatorname{th}\frac{A(\alpha)-\varphi}{2} \operatorname{th}\frac{B(\alpha)-\varphi}{2}\right| d\alpha = \pi \log\left|\frac{B'(\varphi)}{A'(\varphi)}\right|$$

où A' et B' désignent les dérivées de A et B.

Considérons maintenant deux suites de nombres, rangés par ordre de grandeur,

$$\begin{array}{l} -\infty,\ a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_p,\ a_{p+1},\ \ldots,\ a_n,\ +\infty \\ -\infty,\ b_1,\ b_2,\ \ldots,\ b_p,\ b_{p+1},\ \ldots,\ b_n,\ +\infty, \end{array}$$

et attachons aux intervalles qu'elles définissent les constantes $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p, \lambda_n$ en choisissant $\lambda_p = A(a_p)$. Puis écrivons pour chaque valeur de p les équations

$$(2)\qquad \int_{a_p}^{a_{p+1}} \left| \frac{\operatorname{sh}\frac{\varphi-a_1}{2}}{\operatorname{ch}\frac{\varphi-b_1}{2}} \right|^{\frac{\lambda_1-\lambda_0}{\pi}} \left| \frac{\operatorname{sh}\frac{\varphi-a_2}{2}}{\operatorname{ch}\frac{\varphi-b_2}{2}} \right|^{\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\pi}} \cdots \left| \frac{\operatorname{sh}\frac{\varphi-a_n}{2}}{\operatorname{ch}\frac{\varphi-b_n}{2}} \right|^{\frac{\lambda_n-\lambda_{n-1}}{\pi}} d\varphi$$

$$= \int_{b_p}^{b_{p+1}} \left| \frac{\operatorname{ch}\frac{\varphi-a_1}{2}}{\operatorname{sh}\frac{\varphi-b_1}{2}} \right|^{\frac{\lambda_1-\lambda_0}{\pi}} \cdots \left| \frac{\operatorname{ch}\frac{\varphi-a_n}{2}}{\operatorname{sh}\frac{\varphi-b_n}{2}} \right|^{\frac{\lambda_n-\lambda_{n-1}}{\pi}} d\varphi.$$

On peut démontrer que l'ensemble de ces équations (en nombre $n-1$) constitue une représentation approchée de l'équation intégrale précédente : on retrouverait cette dernière équation en faisant croître indéfiniment le nombre des intervalles ci-dessus, chacun d'eux devenant infiniment petit. Et une solution, supposée d'abord existante, des équations (2), ferait connaître, en traduisant les choses géométriquement, non pas la courbe cherchée $\beta = B(\alpha)$, mais une courbe en escalier inscrite dans cette dernière.

Or on peut faire voir que le système des équations (2) est résoluble, par rapport aux inconnues $b_1, b_2, \ldots, b_n$, et que sa solution dépend d'une constante arbitraire. On en déduira donc une solution approchée de (1), et cette solution pourra être aussi approchée que l'on voudra.

Le mécanisme du calcul est très analogue à l'un de ceux qu'on utilise pour l'équation de Fredholm de seconde espèce. Mais ici les équations (2) qui remplacent les équations linéaires de Fredholm sont singulièrement

plus compliquées, et ne permettent pas d'espérer écrire simplement la solution explicite de (1).

Le procédé employé ci-dessus a l'avantage de rendre aisée la solution de la difficulté qui peut provenir du recoupement éventuel des bords du domaine à étudier.

Malgré les apparences, le cas où le domaine est limité par deux courbes C_1 et C_2 égales par translation, et en outre par d'autres courbes D, n'est pas toujours plus compliqué que le cas envisagé ci-dessus. Cependant la méthode hydrodynamique comporte alors l'emploi de mouvements tourbillonnaires. On trouvera ailleurs les calculs correspondants. Ce qui intervient comme élément de simplification est le fait qu'on peut dans certains cas reporter la difficulté sur les courbes D; or, par rapport aux fonctions concernant ces dernières courbes, les équations qui s'introduisent sont des équations de Fredholm; il est vrai qu'elles sont de première espèce, et singulières; j'indiquerai ultérieurement le parti qu'on peut en tirer. Je signale comme particulièrement intéressant le cas d'un domaine limité par quatre courbes formant une sorte de parallélogramme curviligne, à côtés opposés superposables par translation; ce cas comporte des développements spéciaux et importants.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'application des variétés d'ordre p dans un espace x d'ordre n.* Note de M. **René Lagrange**, présentée par M. Émile Borel.

Je me suis proposé de déterminer les propriétés métriques d'une variété V_p plongée dans un espace E_n, pour un observateur, parcourant cette variété, qui ne saurait distinguer qu'un élément tangent d'un élément qui ne l'est pas. Le n-èdre orthogonal d'étude est alors assujetti à la seule condition d'avoir p de ses axes constamment tangents à la variété.

Soit $ds^2 = \sum_{i=1}^{n} d\omega_i^2$ le ds^2 de $E_n^{(1)}$; le long de V_p, $ds^2 = \sum_{a=1}^{p} du_a^2$ et les formes de Pfaff $d\omega_i$ sont des formes linéaires des formes du_a :

$$(1) \qquad d\omega_i = \sum_a \xi_i^a \, du_a.$$

Complétons les p axes tangents $(\xi_1^a \ldots \xi_n^a)$ à l'aide de $q = n - p$ axes normaux $(a_1^\alpha \ldots a_n^\alpha)$. Les rotations du n-èdre orthogonal sont données par les

équations

$$(1)\quad \begin{cases} \overline{\dfrac{\partial \xi_i^a}{\partial u_b}} = \displaystyle\sum_c \tau_{acb}\xi_i^c + \sum_\alpha P_{ab}^\alpha a_i^\alpha, \\ \overline{\dfrac{\partial a_i^\alpha}{\partial u_b}} = -\displaystyle\sum_a P_{ab}^\alpha \xi_i^a + \sum_\beta R_b^{\alpha\beta} \alpha_i^\beta. \end{cases}$$

Il résulte de $(\overline{\delta, d})\omega_i = 0$ que les τ_{acb} sont les symboles ([1]) de la V_p, et que, d'autre part, $P_{ab}^\alpha = H_{ba}^\alpha$, $R_b^{\alpha\beta} = -R_b^{\beta\alpha}$.

Nous cherchons les invariants pour les deux groupes orthogonaux

$$(\mathrm{I})\quad \xi_i'^a = \sum_b \theta_b^a \xi_i^b, \qquad a_i'^\alpha = \sum_\beta \rho_\beta^\alpha \alpha_i^\beta.$$

Deux variétés V_p, V_p' étant dites « applicables dans E_n », si l'on peut trouver deux observateurs pour lesquels les équations (1) sont identiques, on peut dire que le problème consiste à chercher les conditions d'une telle application, dont l'application ordinaire est un cas particulier $(n = p)$.

Les expressions qui interviennent dans les calculs contenant des indices d'éléments tangents $(a, b, c, \ldots)$ et d'éléments normaux $(\alpha, \beta, \gamma, \ldots)$, j'appellerai « différentielle absolue le long de V_p » l'opération

$$\overline{d_V} X_{a_1\ldots a_r}^{\alpha_1\ldots\alpha_s} = dX_{a_1\ldots a_r}^{\alpha_1\ldots\alpha_s} - \sum_c \left[\sum_{kb} \tau_{akbc} X_{a_1\ldots b\ldots a_r}^{\alpha_1\ldots\alpha_s} + \sum_{k\beta} R_c^{\alpha_k\beta} X_{\alpha_1\ldots\alpha_r}^{\alpha_1\ldots\beta\ldots\alpha_s}\right] du_c.$$

La définition des dérivées partielles absolues $X_{\alpha_1\ldots\alpha_r/c}^{\alpha_1\ldots\alpha_s}$ s'en déduit immédiatement. Nos deux groupes orthogonaux introduisent deux sortes de covariance, que nous désignerons par covariance (r, s), r se rapportant aux indices tangents, s aux indices normaux.

Ceci étant posé, les conditions d'intégrabilité de (I) donnent le système

$$(\mathrm{II})\quad \theta_{b/c}^a = \sum_{de} \theta_b^d \theta_c^e \tau'_{a\,de}, \qquad P_{ab}'^\alpha = \sum_{\beta cd} \theta_c^a \theta_d^b \rho_\beta^\alpha P_{cd}^\beta, \qquad \rho_{\beta/b}^\alpha = \sum_{c\gamma} \theta_b^c \rho_\beta^\gamma R_c'^{\alpha\gamma}.$$

Ces équations entraînent l'orthogonalité des θ_b^a et des ρ_β^α. On en déduit les deux théorèmes suivants :

1° *La différentiation absolue le long de V_p conserve la covariance ;*

2° *Les dérivées partielles absolues le long de V_p, d'ordre m, d'un système covariant (r, s), sont des covariants $(r + m, s)$.*

Enfin la permutation de deux différentiations successives introduit les

([1]) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1325.

symboles de Riemann τ^{ab}_{cd} de V_p, et des symboles analogues $R^{\alpha\beta}_{ab}$, qui constituent un système covariant (2, 2). On pourra donc former, à partir de ces trois sortes de symboles P^{α}_{ab}, τ^{ab}_{cd}, $R^{\alpha\beta}_{ab}$, trois séries de covariants P, G, R, et par suite les invariants de V_p, d'une manière systématique, à l'aide des transformations infinitésimales des deux groupes orthogonaux prolongés.

Or les conditions d'intégrabilité de (II), finies par rapport aux θ^{α}_{i} et ρ^{α}_{β}, consistent à écrire les covariances de nos symboles; celles qui s'en déduisent, également. Les conditions d'application sont donc la compatibilité des équations (1), (I), (II), et de celles qui expriment les covariances successives des trois séries de covariants P, G, R.

Courbures externes n. — Ce sont les invariants formés avec les P^{α}_{ab}. Si $n \leqq \frac{p(p+3)}{2}$, ils sont au nombre de $N = \frac{p(p+3)(n-p)}{2} - \frac{n(n-1)}{2}$; si $n \geqq \frac{p(p+3)}{2}$, $N = \frac{p(p+3)(p^2-p+2)}{8}$; si $p = n-1$, $N = n-1$; on retrouve les $n-1$ courbures principales; si $p=1$, $N=1$, et l'on a la première courbure de la courbe; si $p=2$, $N = 2$, 4 ou 5, suivant que $n = 3$, 4 ou $\geqq 5$.

En posant $P^{ab}_{cd} = \sum_{\alpha=1}^{q}(P^{\alpha}_{ad}P^{\alpha}_{bc} - P^{\alpha}_{ac}P^{\alpha}_{bd})$, qui sont des covariants (4, 4), un invariant simple est $-\sum_{ab} P^{ab}_{ab}$, la « courbure totale externe »; pour $p=1$, elle s'évanouit; pour $p=n-1$, c'est la somme des doubles produits des courbures principales combinées deux à deux.

Un autre invariant simple est la « courbure moyenne externe »

$$\sqrt{\sum_{\alpha}\left(\sum_{a} P^{\alpha}_{aa}\right)^2};$$

si $p=1$, c'est l'invariant unique; si $p=n-1$, c'est la somme des courbures principales.

Relations avec l'espace E_n. — Les conditions d'intégrabilité de (1) et (2) donnent, entre les symboles introduits dans cette étude, et les courbures de Riemann de E_n, des relations dont voici quelques applications.

Si une V_2 quelconque a ses deux courbures totales égales, E_n est euclidien; si ceci a lieu pour toute V_{n-1}, on retrouve un théorème que j'ai énoncé récemment [1].

---

[1] Voir *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 500.

En appelant « développable » une variété dont tous les P^{ab}_{cd} sont nuls, on voit que dans un espace de courbure constante, toute développable est à courbure constante égale, et, réciproquement, toute V_p à courbure constante égale est développable.

Si toute courbe, et une géodésique quelconque normale à cette courbe définissent une V_2 développable réelle engendrée par des géodésiques normales, l'espace E_n est nécessairement à courbure constante.

Une variété V_p « plane », c'est-à-dire dont toutes les courbures extérieures sont nulles, n'a que p dimensions dans E_n. Si, par tout point M de E_n, il passe une V_p plane, admettant en M un hyperplan tangent arbitraire, E_n est à courbure constante; et le long de cette V_p, l'espace normal reste parallèle à lui-même au sens absolu.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Correspondances ponctuelles déduites de l'étude des trois formes quadratiques fondamentales de deux surfaces.* Note de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Soient F, Φ, Ψ et F_1, Φ_1, Ψ_1 les formes quadratiques fondamentales $\Sigma\, dx^2$, $\Sigma\, dc\, dx$, $\Sigma\, dc^2$ de deux surfaces S et S_1 en correspondance ponctuelle. Si un rapport tel que $\frac{F}{F_1}$, ou $\frac{F}{\Phi_1}$, ..., dépend uniquement de la position du point M sur S et non de l'orientation d'arc issu de M, je dirai que ce rapport est fonction de M.

Cherchons toutes les correspondances telles que *deux* de ces rapports soient fonction de M. Le cas de S, sphère ou surface minima, est facile, écartons-le. Mais alors le réseau des lignes de courbure de S (ou S_1) est caractérisé complètement par la propriété de diviser harmoniquement *deux* des trois réseaux $\Sigma\, dx^2 = 0$, $\Sigma\, dc\, dx = 0$, $\Sigma\, dc^2 = 0$: donc les lignes de courbure seront conservées.

2. On constate aisément qn'une surface S *quelconque* ne possède pas en général de transformation ponctuelle du type actuel en une autre surface S_1. Rapportons S et S_1 à leur lignes de courbure (u, v) et dressons le Tableau :

	S.	S_1.
$\Sigma\, dc^2$	$a^2\, du^2 + c^2\, dv^2$	$a_1^2\, du^2 + c_1^2\, dv^2$
$\Sigma\, dc\, dx$	$a^2 R\, du^2 + c^2 R'\, dv^2$	$a_1^2 R_1\, du^2 + c_1^2 R'_1\, dv^2$
$\Sigma\, dx^2$	$a^2 R^2\, du^2 + c^2 R'^2\, dv^2$	$a^2 R_1^2\, du^2 + c_1^2 R_1'^2\, dv^2$

Les quatre fonctions a, c, R, R' satisfont à trois équations aux dérivées

partielles bien connues; a_1, c_1, R_1, R'_1 donnent trois équations homologues et enfin les deux rapports envisagés donnent deux relations complémentaires entre l'ensemble de ces huit fonctions. Je dresse le Tableau complet de toutes les transformations P symétriques par rapport à S et S_1 et de toutes les transformations Q non symétriques en S et S_1, indiquant les rapports envisagés et les deux conditions résultantes pour $a, c, \ldots, R'_1$. Pour les transformations non symétriques, je n'indique pas celles que l'on obtiendrait en permutant S et S_1 dans le Tableau ci-dessous :

P_1,	$\frac{F}{F_1}$,	$\frac{\Phi}{\Phi_1}$,	$\frac{\Psi}{\Psi_1}$,	$\frac{R'}{R} = \frac{R'_1}{R_1}$,	$\frac{a}{c} = \frac{a_1}{c_1}$,
P_2,	$\frac{F}{F_1}$,		$\frac{\Psi}{\Psi_1}$,	$\frac{R'}{R} = -\frac{R'_1}{R_1}$,	$\frac{a}{c} = \frac{a_1}{c_1}$,
P_3,	$\frac{F}{\Phi_1}$,	$\frac{\Phi}{F_1}$,		$\frac{R'}{R} = \frac{R_1}{R'_1} = \left(\frac{ac_1}{ca_1}\right)^{\frac{2}{3}}$,	
P_4,		$\frac{\Phi}{\Psi_1}$,	$\frac{\Psi}{\Phi_1}$,	$\frac{R'}{R} = \frac{R_1}{R'_1} = \frac{a^2c_1^2}{c^2a_1^2}$,	
P_5,	$\frac{F}{\Psi_1}$,		$\frac{\Psi}{F_1}$,	$\frac{R'}{R} = \pm\frac{R_1}{R'_1} = \frac{ac_1}{ca_1}$,	
Q_1,	$\frac{F}{F_1}$,	$\frac{\Phi}{\Psi_1}$,		$\frac{R'}{R} = \frac{R_1'^2}{R_1^2} = \frac{a^2c_1^2}{c^2a_1^2}$,	
$Q_2 = P'_5$,	$\frac{F}{\Psi_1}$,	$\frac{\Phi}{\Phi_1}$,	$\frac{\Psi}{F_1}$,	$\frac{R'}{R} = \frac{R_1}{R'_1} = \frac{ac_1}{ca_1}$,	
Q_3,	$\frac{\Psi}{\Psi_1}$,	$\frac{F}{\Phi_1}$,		$\frac{R'^2}{R^2} = \frac{R'_1}{R_1}$,	$\frac{a}{c} = \frac{a_1}{c_1}$,
Q_4,	$\frac{F}{\Phi_1}$,	$\frac{\Phi}{\Psi_1}$,		$\frac{R'}{R} = \frac{R'_1}{R_1} = \frac{a^2c_1^2}{c^2a_1^2}$,	
Q_5,	$\frac{F}{\Phi_1}$,	$\frac{\Psi}{F_1}$,		$\frac{R'^2}{R^2} = \frac{R_1}{R'_1} = \left(\frac{ac_1}{ca_1}\right)^{\frac{2}{3}}$,	
Q_6,	$\frac{\Phi}{\Psi_1}$,	$\frac{\Psi}{F_1}$,		$\frac{R'}{R} = \frac{R_1^2}{R_1'^2} = \frac{a^2c_1^2}{c^2a_1^2}$.	

On remarquera que P_5 doit être séparée en deux transformations P'_5 ou P''_5 suivant que $\frac{R'}{R}$ et $\frac{R_1}{R'_1}$ sont égaux ou opposés. Les transformations P sont donc en réalité au nombre de *six*; j'ai étudié P_1 et P_2 aux *Comptes rendus* (2 novembre 1921), et P_3 le 20 février 1922.

La transformation Q_3 appliquée à une surface S convenable donne un seul type de surfaces S_1, mais la transformation inverse, $\frac{1}{Q_3}$, appliquée à S_1 donne deux types distincts de surfaces S suivant que $\frac{R'}{R}$ est positif ou négatif :

on pourra appeler $\left(\frac{1}{Q_3}\right)'$ et $\left(\frac{1}{Q_3}\right)''$ ces deux transformations inverses. Même remarque pour Q_5. De même Q_1 (ou Q_6) se décompose en deux transformations Q'_1 et Q''_1 (ou Q'_6 et Q''_6) suivant que $\frac{R'_1}{R_1}$ est positif ou négatif.

Il se trouve que Q_2 reproduit P'_3 identiquement; donc les transformations Q, avec leurs inverses, définissent *quatorze* correspondances particulières; *vingt* au total, en réunissant les P et Q : toutes ces transformations conservent les lignes de coubure.

3. On constate immédiatement que deux surfaces S_1, S'_1 distinctes, correspondant à une même surface S par la même transformation P ou Q, se correspondent entre elles par P_1 ou P_2; j'ai montré que, sauf cas réservé des sphères ou surfaces minima, les surfaces correspondant par P_1 ou P_2 à une même surface dépendent au plus de deux paramètres de *forme*. Il en résulte immédiatement que si une surface S *peut* être tranformée par l'une de ces vingt transformations, la surface qui lui correspond dépend au plus de deux paramètres de forme.

On peut trouver *un* couple formé soit de deux hélicoïdes, soit de deux surfaces spirales, soit d'un hélicoïde et d'une surface spirale.

Une surface de révolution S *quelconque* est solution; la surface associée S_1 s'obtient par trois quadratures et dépend de deux paramètres de forme effectivement, les méridiens se correspondent.

La surface de révolution S particulière, définie par $\frac{R}{R'} = m$ où m est une constante, admet deux séries (ou quatre) de surfaces associées : il y a d'abord la surface de révolution S_1 obtenue à partir de S, comme si S était quelconque, puis les surfaces déduites de S_1 par P_1 (ou P_2).

M. Ogura, dont j'ai déjà cité le nom, a étudié assez succinctement quelques cas particuliers des transformations précédentes.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Rendement organique des moteurs à combustion interne.* Note de M. **André Planiol**, présentée par M. Kœnigs.

Le rendement organique constitue dans la théorie des machines motrices l'une des parties les moins connues, vraisemblablement en raison des difficultés introduites dans son étude expérimentale par la multiplicité des causes de variation des pertes par frottements qui en fixent la valeur.

Cette détermination des pertes par frottement présente cependant un

intérêt tout particulier : elle constitue en effet un critère précieux de la qualité mécanique de la machine.

On doit même voir dans ces pertes un des plus importants facteurs déterminant les limites assignées par les ressources actuelles de la construction mécanique à l'accroissement possible du rendement thermique des cycles moteurs.

La connaissance des pertes par frottements a été obtenue pour les machines à vapeur à piston soit par la différence de la puissance indiquée et de la puissance effective sur l'arbre, soit par la mesure de la puissance indiquée en marche à vide.

La première méthode, utilisable tant que reste suffisante la précision des mesures à l'indicateur, dont dépendent les résultats, voit son champ d'action limité par les possibilités expérimentales imposées par l'emploi de cet indicateur.

La deuxième pose en principe l'identité des pertes par frottements à vide et en charge, assimilation aventureuse, admise seulement par certains auteurs pour les machines à vapeur, mais illégitime en ce qui concerne les moteurs à combustion interne.

Appliqué d'autre part à ces moteurs, le premier procédé de mesures à l'indicateur a donné les résultats les plus décevants, à la suite desquels M. Witz a pu écrire ([1]), parlant précisément des difficultés rencontrées par lui dans l'application de cette méthode :

« Ainsi ... nous avons été conduits à assigner à cette belle machine un rendement organique de 0,934 à pleine charge.

» Or, M. le professeur Riedler, dont l'habileté est connue, opérant sur un moteur de dimensions équivalentes ..., n'a trouvé que 0,831. »

Les pertes relatives auraient donc été de 0,066 dans le premier cas et de 0,169 dans le second, soit presque triples, différence absolument inadmissible pour de semblables moteurs de 1500 chevaux et qui ne saurait être imputée, malgré la haute notoriété des observateurs, qu'à des erreurs dues à la méthode expérimentale employée.

Une méthode nouvelle a été proposée ([2]), basée sur l'idée suivante : le couple résistant dû aux frottements varie avec le couple moteur ou encore

---

([1]) *Dernière évolution du moteur à gaz*, p. 224.

([2]) G. Lumet, *Étude générale de l'influence sur la puissance d'un moteur à mélange tonnant et sur la valeur de sa consommation spécifique de différentes modifications apportées aux conditions de son fonctionnement*, p. 25; Dunod.

avec la pression moyenne au diagramme développé, pression dont il serait une fonction linéaire.

Par pression moyenne ou diagramme développé il faut entendre ici la moyenne des valeurs absolues des pressions relatives moyennes indiquées aux quatre temps du cycle, avec la simplification admise $p_a = p_e = 0$, façon de poser le problème qui implique l'hypothèse suivante :

Les pressions du gaz sont les seules forces déterminant la variation des pertes organiques totales en fonction de la pression moyenne au diagramme développé.

Les présentes recherches ont fait apparaître la nécessité absolue d'introduire dans le calcul deux autres facteurs déterminants de la variation des pertes organiques qui sont les effets d'inertie des pièces à mouvements alternatifs, et les pertes causées par les résistances à l'écoulement des gaz transvasés de l'atmosphère dans le cylindre et *vice versa*.

Reprenant la mesure du couple résistant du moteur entraîné par une énergie extérieure :

1° Le cylindre étant en libre et constante communication avec l'atmosphère ;

2° Le moteur aspirant, comprimant, détendant et évacuant de l'air, nous avons été amené à mettre le calcul sous la forme générale exposée ci-dessous.

En raison de l'existence des forces d'inertie, dont la valeur peut s'exprimer sous la forme d'une pression d'inertie π_i rapportée à la surface du piston, le diagramme développé, tiré des tracés fournis par l'indicateur, doit être modifié en ajoutant algébriquement, en chaque point, à la valeur de la pression des gaz π_g, celle de la pression d'inertie.

Soit $\pi = \pi_g + \pi_i$, la pression instantanée relative ainsi définie. La pression moyenne au diagramme développé, qui détermine les frottements et que nous prendrons comme variable indépendante, sera $\frac{1}{V}\int_{v}^{v+V} |\pi|\, dv$ prise successivement pour les quatre temps du cycle.

Soient c_t le couple résistant dû aux résistances de transvasement des gaz dans l'essai 2, c_f le couple résistant dû aux seuls frottements pour une valeur quelconque de π.

Dans les conditions de l'essai 1, on a $\pi_1 = \pi$: pression moyenne due à l'inertie seule, les pressions π_g des gaz étant constamment nulles. Le couple résistant est c_f^1, dû aux seuls frottements.

Dans les conditions de l'essai 2 la pression est π_2, mais le couple dû

aux seuls frottements n'est pas le couple c_f^2 directement observé, mais bien $c_f^2 - c_t$.

L'équation de la droite représentant les frottements dans le système de coordonnées π, c_f est donc

$$c_f = c_f^1 - \frac{c_f^2 - c_t - c_f^1}{\pi_2 - \pi_1} + \frac{c_f^2 - c_t - c_f^1}{\pi_2 - \pi_1} \times \pi = a + b\pi.$$

C'est cette loi qui a été soumise aux vérifications expérimentales consistant à mesurer les valeurs de c_f correspondant à des valeurs différentes de π pour le plus grand nombre de cas possibles et par des méthodes entièrement distinctes les unes des autres.

Cette étude a montré que l'expression $c_f = a + b\pi$ représentait d'une façon parfaitement satisfaisante les variations du couple résistant de frottement pour des valeurs très différentes de la pression π.

Il est apparu, ainsi que l'on s'y attendait *a priori*, en raison de la précision de ces expériences, que le développement en série de Taylor de la fonction c_f n'avait aucunement besoin d'être poussé au delà du terme du premier degré en π pour fournir une représentation correcte des résultats obtenus.

HYDRAULIQUE. — *Sur les surfaces de discontinuité.* Note de M. G. **Camichel**, transmise par M. André Blondel.

Cette Note est relative à l'étude expérimentale des surfaces de discontinuité des vitesses et des dérivées premières des vitesses.

I. Les surfaces de discontinuité, mises en évidence expérimentalement, comme je l'ai indiqué dans les Notes précédentes, peuvent être comparées à celles que l'on obtient par le calcul dans certains cas particuliers, en supposant le fluide parfait et en admettant l'existence d'un potentiel des vitesses. Ce calcul a été fait, par la méthode de Schwarz et Christoffel, dans le cas d'une lame plane normale à un courant d'eau indéfini. L'expérience a été réalisée au moyen d'une plaque de 3^{cm} de largeur, placée dans un ajutage ayant comme longueur 40^{cm} et comme section $3^{cm} \times 15^{cm}$; la vitesse moyenne de l'eau avant l'obstacle étant, par exemple, $1^m,48$ par seconde. Dans ce cas, la surface de discontinuité a une portion nette beaucoup plus restreinte que lorsque la lame est faiblement inclinée sur la direction du courant. Bien que le milieu ne puisse être considéré comme indéfini, la concordance des premiers éléments de la surface de disconti-

nuité observée et calculée est remarquable sur une longueur de 1^{cm} environ. Au delà, les tourbillons mélangent les deux zones et la surface de discontinuité perd sa netteté; mais, on peut voir que la surface observée se détache de la surface calculée et se place à l'intérieur de celle-ci.

Les calculs et les détails de cette étude seront publiés ailleurs.

II. Quand on fait pénétrer de l'air à l'intérieur de la surface de discontinuité, par exemple au moyen d'un tube, cet air se maintient derrière l'obstacle. La surface ainsi produite se prolonge jusqu'à l'extrémité de l'ajutage communiquant avec l'atmosphère; sur toute son étendue, elle diffère peu de la surface de discontinuité calculée. L'expérience a été faite avec le même ajutage et une vitesse du même ordre que les précédentes, par exemple $1^{m},22$ par seconde. On observe par la photographie qu'à l'extérieur de cette surface existe le régime hydraulique non turbulent. On supprime par ce procédé les tourbillons et l'on substitue au mouvement de l'eau en mouvement sur l'eau immobile, le frottement de l'eau sur l'air. Ce procédé paraît susceptible d'être appliqué dans l'industrie.

III. Dans une Note antérieure, j'ai montré comment on peut constater expérimentalement, dans les masses d'eau en mouvement, l'existence d'un potentiel des vitesses. On peut aussi réaliser, et c'est le cas le plus général, des masses d'eau renfermant à la fois des portions à mouvement rotationnel et des portions à mouvement irrotationnel. Les projections ξ, η, ζ du tourbillon sont alors des fonctions discontinues de x, y, z; la discontinuité a lieu sur les surfaces de séparation des deux régions.

Pour obtenir expérimentalement une surface de cette nature, j'ai étudié le mouvement de l'eau dans un cylindre vertical muni à sa partie inférieure d'un orifice; une légère dissymétrie donnait à volonté un mouvement dextrorsum ou sinistrorsum. J'ai réalisé ainsi le cas classique (*Traités de Mécanique*, de MM. Appell, Lecornu, etc.) d'un tube de tourbillon à l'intérieur duquel la vitesse varie proportionnellement à la distance à l'axe; à l'extérieur de ce tube, la vitesse varie en raison inverse de la distance à l'axe. La courbe représentant la vitesse W d'un point en fonction de sa distance à l'axe, se compose donc d'une droite passant par l'origine et d'une branche d'hyperbole équilatère. L'intersection de ces deux courbes correspond à la discontinuité.

L'expérience donne une courbe $W(r)$ présentant un maximum très accusé, par exemple:

r.	W observé (en cm:sec).
mm	
2,3	3,5
3,75	5,0
8,1	5,7
11,00	4,8
13,8	4,0

r.	W observé.	W calculé (Wr = const.).
mm		cm
28,8	2,13	2,19
51,2	1,26	1,23
67,2	0,90	0,94
88,1	0,74	0,71

Au lieu d'avoir une véritable discontinuité, on a seulement une région dans laquelle les dérivées premières de la vitesse varient très rapidement. Les surfaces de discontinuité de cette nature sont donc moins nettes que celles des vitesses à une certaine distance de l'axe, 25^{mm}, dans l'expérience citée, la relation $Wr =$ const. se vérifie.

En observant des poussières en suspension dans le liquide, on peut mettre très nettement en évidence le tube de tourbillon. Quand on examine la surface du liquide, la zone centrale apparaît le plus souvent comme un cercle complètement nettoyé.

Quand l'écoulement est plus rapide, les trajectoires des particules sont des spirales logarithmiques, comme M. Rateau l'a montré [1]. La vérification se fait également d'une façon très satisfaisante.

IV. J'ai étudié également le cas de l'écoulement de l'eau dans une chambre cylindrique de $31^{cm},5$ de diamètre munie suivant son axe d'une tige cylindrique de 9^{mm} de diamètre. Dans ce cas, le maximum de vitesse est assez rapproché de la surface de la tige et difficile à mettre en évidence. Voici le résultat d'une expérience :

r.	W observé (en cm:sec).	W calculé (Wr = const.).
mm		cm
11,9	17,4	»
19,4	12,2	»
21	11,5	»
23,4	10,3	»
27,3	9,3	9,4
32,0	7,8	8,1

r.	W observé.	W calculé.
mm		cm
40,5	6,3	6,4
45,4	5,8	5,7
47,6	5,6	5,2
54,1	4,6	4,7
64	4,06	4,03

A partir d'une distance $r = 42^{mm}$ environ, la relation $Wr =$ const. se vérifie bien.

V. Les expériences qui viennent d'être signalées et celles qui ont été indiquées antérieurement [2] montrent qu'il existe, en général, un poten-

[1] *Bulletin de la Société de l'Industrie minérale*, Saint-Etienne, 1892.

[2] *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 881.

tiel des vitesses dans la plus grande partie d'une masse d'eau en mouvement ; d'ailleurs celle-ci peut être, dans une première approximation, assimilée à un fluide parfait ; on comprend donc l'importance en hydraulique de l'usage des fonctions de variables complexes.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observation d'un phénomène singulier que présente l'étoile* θ *de la Grande Ourse.* Note de MM. **Charles Nordmann** et **Le Morvan.**

Nos observations d'un certain nombre d'étoiles boréales au moyen du photomètre hétérochrome de l'Observatoire de Paris nous ont amenés à constater que les étoiles ι et θ de la Grande Ourse présentent sensiblement la même répartition de l'intensité dans le spectre. Une étude systématique de ces étoiles observées comparativement dans des conditions variées et d'une manière suivie au cours des nuits des 1er, 9, 20 et 25 février 1922 et du 2 mars 1922 ont confirmé entièrement l'existence de cette répartition identique des intensités, laquelle nous était apparue en réduisant les observations de ces étoiles faites antérieurement dans la nuit du 4 avril 1921.

La moyenne de toutes les observations (d'ailleurs isolément concordantes) de ces deux étoiles montre que si l'on désigne suivant nos conventions antérieures (¹) par R, V et B les valeurs, à une constante près, du logarithme de l'intensité des étoiles désignées, vues respectivement à travers les écrans rouge, vert et bleu (antérieurement définis) de notre photomètre hétérochrome on a :

Nom de l'étoile.	R.	V.	B.	B — R.
θ Grande Ourse........	1,020	1,440	1,858	0,838
ι » »	1,016	1,386	1,856	0,840

Ces nombres illustrent le fait constaté, à savoir que la répartition de l'intensité dans le spectre des deux étoiles est sensiblement la même et qu'en particulier le rapport des intensités B et R est pratiquement identique dans l'une et l'autre.

Cette identité est tout à fait anormale, car les deux étoiles considérées appartiennent à des types spectraux extrêmement différents. D'après les déterminations de l'Observatoire de Harvard College, θ Grande Ourse est indiquée comme étant du type F8 dans le catalogue H. R. et du type F8 *p*

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 101 et *passim*.

dans le catalogue H. D. Au contraire, l'étoile ι Grande Ourse est indiquée comme étant du type A5 dans l'un et l'autre catalogue. C'est dire que spectralement cette dernière est une étoile à hydrogène se rapprochant de Sirus et Véga, tandis que θ Grande Ourse est voisine du type solaire et appartient à un groupe spectral beaucoup plus évolué.

Au premier abord on pouvait penser que le fait anormal constaté était analogue à celui que nous avons signalé récemment à l'Académie ([1]) et qui concernait l'étoile 13 *Céphée*. On se souvient que nous avions observé que la répartition de l'intensité dans le spectre de cette étoile et sa température effective étaient analogues à celles des types F et K des étoiles, bien que 13 *Céphée* appartienne d'après H. R. au type A5.

L'étoile ι Grande Ourse (qui appartient elle aussi au type A5) ayant, d'après les observations qui font l'objet de la présente Communication, la même répartition d'intensité spectrale que l'étoile θ Grande Ourse (type F8 ou F8*p*), il semblait *a priori* naturel d'attribuer cette identité au fait que la répartition de l'intensité dans le spectre de ι Grande Ourse est due (comme pour 13 *Céphée*) à une anomalie qui lui donne une température effective voisine de celle des étoiles des types F et K.

Or, à notre grande surprise, l'observation nous a démontré que cette explication n'est pas exacte. Dans le dessein de vérifier cette explication nous avons d'abord comparé les étoiles ι et θ Grande Ourse à une étoile voisine d'elles par sa grandeur et sa position, l'étoile H. R. 3594 (qui a le type spectral A d'après H. R. et A_0 d'après H. D.). A notre étonnement les observations toutes concordantes nous ont montré que la répartition de l'intensité dans le spectre de ι Grande Ourse n'avait rien d'anormal et était sensiblement la même que celle de l'étoile H. R. 3594 et de la moyenne des étoiles du type A.

De nouvelles observations faites en prenant comme étoile de comparaison la Polaire nous ont conduit au même résultat.

Il s'ensuit avec évidence que si θ Grande Ourse et ι Grande Ourse ont une répartition sensiblement identique de l'intensité dans leur spectre, ce n'est pas parce que la seconde (comme tel est le cas pour 13 Céphée) présente une anomalie qui, bien qu'elle appartienne au groupe des étoiles à hydrogène, lui imposerait une température effective correspondant aux étoiles métalliques voisines du type solaire. Cette identité provient au contraire de ce que c'est l'étoile θ Grande Ourse

---

([1]) *Observation d'une étoile anormale au photomètre hétérochrome de l'Observatoire de Paris* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 101).

qui est anormale et qui, bien que voisine du type solaire par ses raies spectrales, présente une répartition de l'intensité, une température effective voisines de celles des étoiles très chaudes à hydrogène. Ce cas est exactement l'opposé de celui de 13 Céphée.

Des comparaisons faites avec la polaire il résulte que si l'on adopte pour celle-ci la valeur $\log \frac{R}{B} = -0,844$ que nous avons utilisé dans toutes nos publications antérieures, les valeurs correspondantes de $\log \frac{R}{B}$ pour ι et θ Grande Ourse sont de l'ordre de — 0,950 à — 1,000, ce qui diffère peu de la valeur correspondant, d'après nos mesures, à la moyenne des étoiles du type A, et ce qui conduit à attribuer à ces deux étoiles une température effective très certainement supérieure à 10000°.

Or, d'après son type spectral, l'étoile θ Grande Ourse (type F8) devrait avoir une répartition de son intensité correspondant à une valeur de $\log \frac{R}{B}$ voisine de — 0,800 et une température effective de l'ordre de 6000° à 8000°.

L'anomalie sans précédent que nos observations ont manifestée dans l'étoile θ Grande Ourse établit que cette étoile a une « température effective » très élevée, en dépit de caractères qualitatifs de son spectre qui tendraient à lui faire attribuer une température effective relativement basse.

Ce cas est exactement l'opposé de celui de l'étoile 13 Céphée qui, d'après nos observations quantitatives antérieures (*loc. cit.*), présente au contraire une « température effective » relativement très basse et très inférieure à celle que les caractères qualitatifs de son spectre tendraient à lui faire attribuer.

Ces faits démontrent nettement que la correspondance existant entre les caractères spectraux des étoiles et leurs températures effectives ne peut avoir qu'une signification moyenne comportant de nombreuses exceptions individuelles. Cela est compréhensible étant donné que les raies du spectre ne peuvent fournir des renseignements thermiques que sur la « couche renversante » très voisine des photosphères stellaires, couche entourée elle-même d'une atmosphère plus ou moins absorbante qui modifie plus ou moins la « température effective » de l'étoile et le rayonnement quantitatif qu'elle nous envoie.

GÉODÉSIE. — *Détermination des coefficients dans le développement en polynomes de Laplace d'une fonction de deux variables.* Note (¹) de M. G. **Prévost**, présentée par M. Brillouin.

Le développement en série d'une fonction $Y = f(\mu, \alpha)$ de deux variables (par exemple le relief du sol, la profondeur des océans, l'intensité de la pesanteur, les propriétés magnétiques, etc.) peut être mis sous la forme d'une suite de polynomes de Laplace

$$Y = Y_0 + Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n + \ldots,$$

où chaque terme Y_n s'exprime par des fonctions harmoniques sphériques $P_{nj}(\cos\theta)$, θ étant la colatitude, et par des sinus ou cosinus de multiples de la longitude α

$$Y_n = \sum_{j=0}^{n} P_{nj}(\cos\theta)(A_{nj}\cos j\alpha + B_{nj}\sin j\alpha) \qquad (j = 0, 1, 2, \ldots, n).$$

Les coefficients A et B se calculent par les intégrales doubles

$$A_{nj} = \frac{2n+1}{4\pi}\int_{-1}^{+1}\int_{0}^{2\pi} P_{nj}(\mu)\,d\mu\,f(\mu, \alpha)\cos n\alpha\,d\alpha,$$

$$B_{nj} = \frac{2n+1}{4\pi}\int_{-1}^{+1}\int_{0}^{2\pi} P_{nj}(\mu)\,d\mu\,f(\mu, \alpha)\sin n\alpha\,d\alpha,$$

où $\mu = \cos\theta$.

Pour le calcul numérique, il est commode (Love) de remplacer les intégrales par des sommes, en subdivisant l'intervalle d'intégration en parties assez petites

$$0,\quad \mu_1,\quad \mu_2,\quad \ldots,\quad \mu_k,\quad \mu_{k+1},\quad \ldots,\quad 1,$$
$$0,\quad \alpha_1,\quad \alpha_2,\quad \ldots,\quad \alpha_h,\quad \alpha_{h+1},\quad \ldots,\quad 2\pi,$$

pour qu'entre deux couples de valeurs consécutives de μ et de α la fonction donnée $f(\mu, \alpha)$ puisse être regardée comme constante, et en choisissant les divisions de sorte que les intégrales définies

$$\int_{\mu_k}^{\mu_{k+1}} P_{nj}(\mu)\,d\mu = \Big|\mathcal{F}(\mu)\Big|_{\mu_k}^{\mu_{k+1}},$$

$$\int_{\alpha_h}^{\alpha_{h+1}} \cos n\alpha\,d\alpha = \left|\frac{\sin n\alpha}{n}\right|_{\alpha_h}^{\alpha_{h+1}}, \qquad \int_{\alpha_h}^{\alpha_{h+1}} \sin n\alpha\,d\alpha = \left|\frac{-\cos n\alpha}{n}\right|_{\alpha_h}^{\alpha_{h+1}}$$

(¹) Séance du 27 février 1922.

prennent les mêmes valeurs dans chaque intervalle. On n'a plus qu'à multiplier un même nombre par la somme algébrique des valeurs de $f(\mu, \alpha)$ évaluées dans une suite de compartiments (μ_k, μ_{k+1}), (α_h, α_{h+1}).

Toutefois, l'application à une fonction harmonique P_{nj} présentant des boucles d'aires positives et négatives ne peut se faire qu'approximativement, ces aires n'ayant pas, en général, une commune mesure finie.

La méthode nouvelle aboutit à une solution à la fois plus rapide et quasi rigoureuse. De chaque côté d'un zéro de la courbe on imagine des aires égales et de signes contraires donnant lieu à des intervalles d'effet compensé ou nul que l'on pourra omettre dans le calcul. Ces intervalles sont des zones pour les P_{nj}, et des fuseaux pour les sinus et les cosinus.

Soient des aires A, B, C alternativement positives et négatives et m, n, p des nombres entiers représentant dans les conditions d'approximation acceptables, les rapports de ces aires. Désignons par a une aire contenue m fois dans A plus un reste x, n fois dans B plus x plus y, et p fois dans C plus y; on a les relations

$$A = ma + x, \qquad B = na + x + y, \qquad C = pa + y,$$

d'où

$$x = \frac{(B - C)m - A(n - p)}{m - n + p}, \qquad y = \frac{(B - A)p - C(n - m)}{m - n + p},$$

x, y définissent les intervalles compensés.

Le procédé est général pour un nombre quelconque de boucles. Le partage d'une aire de même signe en parties équivalentes se fait ensuite par interpolation ; on obtient ainsi les μ_k et les α_h.

La recherche précédente se fait aussi par un procédé graphique à la fois plus expéditif et plus précis. On construit d'abord à l'aide des données des tables numériques les courbes P_{nj}, puis on détermine les courbes dont les ordonnées représentent leurs aires. On partage alors chacune des aires en portions équivalentes, en divisant en parties égales l'ordonnée finale qui représente l'aire totale en valeur absolue, on prolonge les divisions s'il est besoin, et par chacune d'elles on mène des horizontales rencontrant la courbe des aires en des points dont les abscisses donnent les valeurs μ_k cherchées et par suite les colatitudes θ_k. Le même procédé s'applique avec plus de facilité aux courbes figurant les aires de $\cos n\alpha$ et $\sin n\alpha$; on obtient les α_k, c'est-à-dire les longitudes des points de division.

Les résultats obtenus ont été consignés en Tableaux indiquant les latitudes divisionnaires pour chacune des 45 fonctions P_{00}, P_{10}, P_{11}, P_{20}, ..., P_{87}, P_{88}, et de même pour les longitudes relatives aux fonctions $\sin n\alpha$ et $\cos n\alpha$,

n variant de o à 8. On prend, en général, une vingtaine de points de division entre o° et 90°.

A titre d'exemple, voici les valeurs nécessaires au calcul du terme particulier $A_{83} \cos 3\alpha$ dans le huitième polynome de Laplace.

Divisions.	Latitude.	Divisions.	Latitude.	Divisions.	Longitude.	Divisions.	Longitude.
	° ′		° ′		° ′		° ′
0....	0. 0	11....	34.45	0....	0	11....	50.50
1....	5.50	12....	37.40	1....	3	12....	54
2....	8.20	13....	40.30	2....	6	13....	57
3....	10.45	14....	46.20	3....	9	14....	60
4....	13.15	15....	52.10	4....	12.40	15....	63
5....	15.50	16....	55.15	5....	16.40	16....	66
6....	19.25	17....	58.15	6....	22.30	17....	69.10
7....	22.20	18....	61.30	7....	30.0	18....	72.40
8....	25.45	19....	64.30	8....	37.30	19....	76.40
9....	29.30	20....	69.0	9....	43.20	20....	82.30
10....	32.15	21....	90	10....	47.20	21....	90

Le calcul numérique des subdivisions a été effectué pour toutes les fonctions nécessaires à un développement poussé jusqu'aux fonctions du huitième ordre contenant $(8+1)^2 = 81$ coefficients différents à déterminer.

Les Tableaux détaillés seront publiés ailleurs.

Les intervalles marqués d'un trait noir dans chaque Tableau correspondent à des compartiments d'effets compensés qui sont exclus du calcul. Dans l'exemple actuel, on n'aura à appliquer la méthode de Love qu'aux trois quarts de la surface de la sphère environ.

Les aires des fonctions harmoniques P_{nj} ont été également calculées et dressées en tables numériques pour des arguments μ variant de 2 en 2 centièmes.

Remarque. — La méthode graphique se prête avec facilité aux interpolations. On connaît des valeurs discontinues des polynomes de Legendre $P(\mu)$, calculés avec précision par Lodge, de 5 en 5 centièmes de μ jusqu'à $P_{20}(\mu)$; une construction graphique des plus simples, appliquée à trois points consécutifs, fournit très rapidement les points intermédiaires, avec trois ou quatre chiffres exacts pour leurs ordonnées.

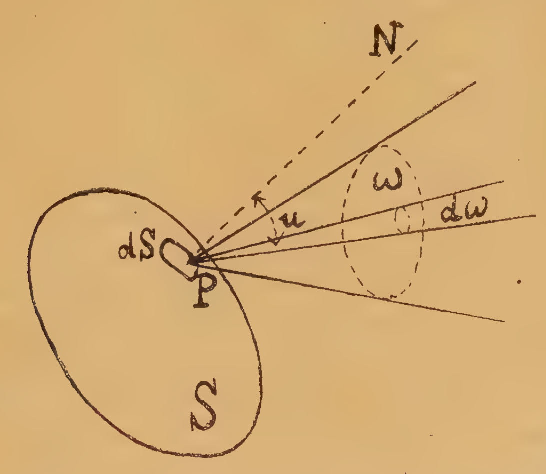
Le procédé graphique a été aussi employé à déterminer les courbes représentatives des fonctions P_n en réalisant par une construction la formule de récurrence

$$(n+1)P_{n+1} = (2n+1)\cos\theta P_n - nP_{n-1};$$

au bout d'un certain nombre d'opérations on perd en précision, mais on a l'allure générale de la courbe pouvant servir de guide pour un calcul plus complet.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE. — *Sur l'existence géométrique d'un invariant général des faisceaux de rayons se réfractant suivant la loi de Descartes, et ses applications à l'optique géométrique et au rayonnement.* Note (¹) de M. **Labussière**, présentée par Brillouin.

Considérons une portion de surface S ne présentant pas de singularité (*fig.* 1), supposons que chaque point P de cette portion de surface est le sommet d'un angle solide ω, que la surface conique de l'angle solide ω varie d'une manière continue quand le point P se déplace. L'ensemble des droites situées sur les surfaces coniques constitue un complexe continu. Nous appellerons flux géométrique l'ensemble des droites comprises dans les angles solides.



Par un point Q de l'espace passera un cône continu de droites du complexe (ou aucune droite du complexe) qui limitera un angle solide entièrement occupé par toutes les droites du flux géométrique passant par le point Q. Lorsque la position du point Q variera continûment dans l'espace, le cône variera continûment.

Soit u l'angle d'incidence d'une droite du flux sur la surface S (angle de la droite et de la normale au point d'incidence); appelons L l'intégrale

$$\int\int_S dS \left(\int\int_\omega \cos u \, d\omega\right).$$

Première proposition. — La valeur de l'intégrale L est la même, quelle que

(¹) Séance du 27 février 1922.

soit la surface sécante considérée, pourvu qu'elle coupe entièrement le flux (c'est-à-dire qu'elle coupe tous les rayons un nombre impair de fois).

Deuxième proposition. — Si nous considérons les droites du flux comme des rayons lumineux au sens de l'Optique géométrique, après réflexion ou réfraction sur un nombre quelconque de surfaces continues (suivant la loi de Descartes), si nous appelons n l'indice du milieu où se trouve la surface sécante S, l'expression n^2L est un invariant du flux.

Troisième proposition. — Réciproquement, admettant que le rayon réfracté est dans le plan d'incidence, dire que n^2L est une constante pour tout flux de rayons, entraîne la loi des sinus de Descartes.

Il résulte de là que l'invariant le plus général et le seul qui soit général pour un flux de rayons quelconques se réfléchissant ou se réfractant sur des surfaces optiques continues est

$$\Phi = n^2 \int\int_S dS \left(\int\int_\omega E \cos u \, d\omega \right),$$

où S est une surface sécante quelconque et où E est une fonction continue des coordonnées de la droite qui est l'axe de l'élément d'angle solide $d\omega$, pourvu que cette fonction E garde la même valeur après réflexion ou réfraction.

Application au rayonnement. — Clausius a montré, en partant du second principe de la Thermodynamique, la constance de l'intégrale Φ dans un certain nombre de cas; on peut reprendre ses conclusions en sens inverse.

La condition des sinus d'Abbe déduite des considérations énergétiques de Clausius n'est autre chose que $n\sqrt{\mathrm{L}} =$ const. appliquée à des éléments de surface image et objet perpendiculaires à l'axe du système optique et traversés par cet axe.

Cas particulier relatif à des rayons lumineux situés dans un plan et rencontrant des surfaces réfringentes ou réfléchissantes normales au plan (par exemple plan méridien d'un système centré, ou plan de section droite d'un système de surfaces cylindriques à génératrices parallèles). Il existe alors un invariant particulier plus simple

$$l = n \int_s ds \int_{u_0}^{u_1} \cos u \, du,$$

s étant un arc de courbe quelconque coupant entièrement le flux plan de rayons.

Application directe à l'Optique géométrique. — Si dans un système centré

un élément de figure plane dS admet pour image un élément de figure plane dS', ces éléments sont certainement perpendiculaires au plan méridien qu'ils déterminent (en raison de l'impossibilité connue de la correspondance ponctuelle entre deux régions d'espace à trois dimensions); si nous appelons u et u' les angles des rayons situés dans le plan méridien avec les normales aux éléments de surface, ds et ds' les longueurs des éléments linéaires se correspondant dans le plan axial, nous avons

$$n\,ds \sin u = n'\,ds' \sin u' + \mathrm{K}.$$

Cette condition jointe à l'absence d'aberration en un point de l'élément dS' est nécessaire mais non suffisante (invariant particulier) pour la correspondance ponctuelle entre dS et dS'.

Dans le cas plus particulier où l'on obtiendrait une image plane sans distorsion, perpendiculaire à l'axe, d'un objet plan perpendiculaire à l'axe de dimensions finies (problème de l'objectif photographique), on aurait en désignant par y et y' les distances à l'axe des points correspondants de l'objet et de l'image

$$\sin u' = \left(\frac{n}{n'}\,\frac{y}{y'}\right)\sin u + \mathrm{K}(y)$$

et la connaissance de la fonction K en fonction de y [obligatoirement $\mathrm{K}(0) = 0$] suffirait à faire connaître complètement la correspondance des espaces image et objet (si celle-ci est possible, c'est-à-dire si l'on peut satisfaire en même temps aux conditions plus complexes posées par la considération de l'invariant général).

Raison des aberrations rencontrées dans les systèmes centrés. — L'homographie de Gauss suppose que les invariants des systèmes de rayons seraient

$$\mathrm{L}_1 \equiv n^2 \int\int_{\mathrm{S}} d\mathrm{S}\left(\int\int_{\omega} \frac{\cos u}{\cos^2\alpha}\,d\omega\right),$$

$$l_1 \equiv n \int_{s} ds\left(\int_{u_0}^{u_1} \frac{\cos u}{\cos^2\alpha}\,du\right),$$

où α désigne l'angle du rayon principal de l'élément d'angle $d\omega$ (respectivement du) avec l'axe du système optique centré.

ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE. — *Sur la transmission télégraphique des photographies, dessins et écritures.* Note [1] de M. **Édouard Belin**, présentée par M. Maurice Leblanc.

La méthode *téléphotographique* que nous avons proposée pour la première fois en 1907 est basée sur l'utilisation de reliefs que présentent, après développement, certaines épreuves photographiques et, d'une manière générale, sur l'utilisation de tout tracé en relief.

Le problème se pose de la manière suivante :

Au départ, traduire les variations de reliefs en variations électriques d'intensités correspondantes.

A l'arrivée, traduire les variations d'intensités électriques en variations lumineuses correspondantes.

Enfin, assurer le parfait synchronisme des organes correspondants des deux postes.

Le poste de transmission comprend un cylindre métallique sur lequel est transférée l'épreuve à transmettre. Cette dernière est une copie tirée du cliché original, sur papier à la gélatine bichromatée. Contre ce cylindre s'appuie une pointe placée à l'extrémité d'une lame flexible portant, du côté opposé, une saillie arrondie en contact permanent avec le centre de la membrane d'un microphone spécial.

Ce microphone doit, en effet, avoir une origine rigoureusement fixe, des résistances intérieures toujours semblables pour les mêmes pressions et sa construction doit permettre de l'employer, en régime permanent, sous une intensité relativement élevée. Sur une plaque de fond en charbon est fixée une feuille de mica percée, excentriquement, d'une seule ouverture circulaire de $\frac{11}{10}$ de millimètre environ, où est logé un seul granule de charbon dont le diamètre est de $\frac{5}{10}$ à $\frac{10}{10}$ de millimètre. Contre lui s'appuie la membrane montée sur le boîtier de manière à l'immobiliser complètement.

Dans ces conditions, l'instrument est très sensible et les variations de sa résistance intérieure sont pratiquement proportionnelles aux variations de pression.

Le microphone étant relié à la ligne et le cylindre portant l'épreuve en relief tournant d'un mouvement uniforme en se déplaçant parallèlement à son axe, les reliefs exercent des pressions variables sur la membrane, et l'intensité du courant télégraphique traduit exactement les variations de transparence du cliché original.

Le poste de réception comprend :

Un oscillographe Blondel.

---

[1] Séance du 23 janvier 1922.

La source lumineuse doit être punctiforme et rigoureusement constante. Nous nous servons, dans ce but, d'une petite lampe à arc en vase clos dont le pôle positif est constitué par une sphère métallique; en avant d'une première lentille condensatrice est placé un diaphragme devant lequel se trouve, immédiatement, une seconde lentille formant objectif. L'image réduite de la sphère lumineuse se produit exactement sur le miroir M de l'oscillographe, l'image du diaphragme se trouvant elle-même reportée très au delà, sur le faisceau réfléchi; le tout est disposé pour que ce dernier soit dans un plan horizontal. A l'endroit où se forme l'image du diaphragme, le faisceau réfléchi rencontre une lentille convergente aplanétique et forme ainsi, au delà de cette lentille, en un point M', l'image du miroir. C'est en ce point M' que passent, suivant une hélice identique à celle que décrit la pointe exploratrice de transmission, la surface photographique sensible (pellicule ou papier) destinée à enregistrer l'image réceptrice. La lumière tombe d'ailleurs sur la surface par un tube fermé par une plaque d'argent où est pratiqué un trou de diamètre égal au pas de cette hélice.

Immédiatement en avant de la lentille L, est placé un écran de verre d'opacité croissante, allant de la transparence parfaite au noir absolu. Si, en shuntant le galvanomètre, on a convenablement réglé l'écart maximum du faisceau réfléchi, le spot tombe, pour chaque déviation du miroir, sur une région déterminée de cette *gamme de teintes G* et la lumière que reçoit la préparation photographique est, par suite, proportionnelle à l'intensité du courant transmis. On conçoit aisément qu'en retournant la gamme de teintes ou en employant une gamme double symétrique on puisse obtenir à volonté, à la réception, une épreuve positive ou négative.

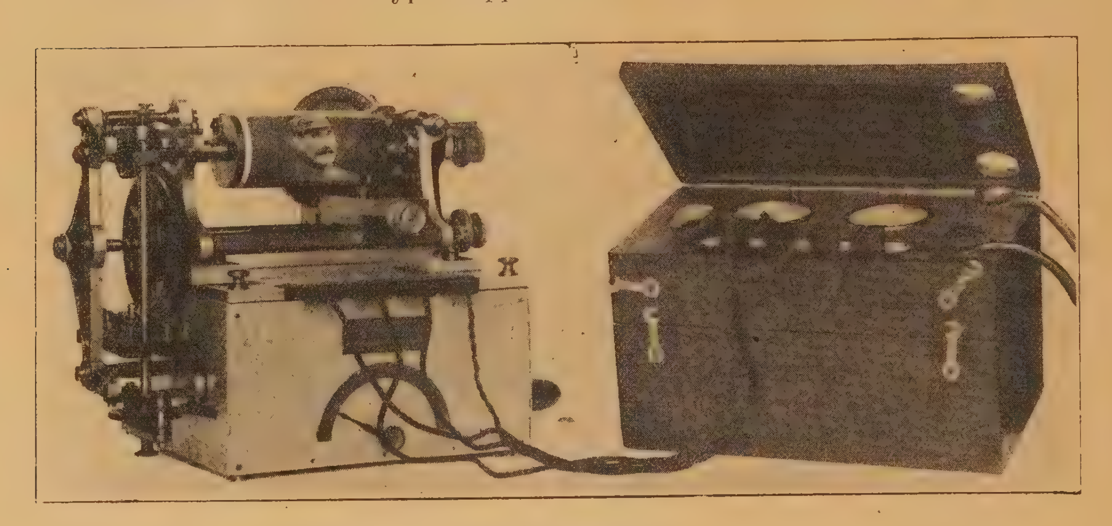
Nous assurons actuellement le synchronisme de nos appareils en employant la méthode de remise à l'heure.

Lorsqu'il s'agit de transmettre seulement des tracés au *trait* ne comportant que du noir ou du blanc (dessins, écriture, etc.), le microphone de la transmission est remplacé par un interrupteur constitué par une équerre rigide, contre laquelle s'appuie une mince lame de ressort. Cette lame porte à son extrémité la pointe exploratrice et le tout est fixé dans une monture rigide avec deux vis micrométriques, dont l'une a pour but d'avancer ou d'éloigner tout le système interrupteur et dont l'autre permet de régler la sensibilité de l'instrument en armant plus ou moins la lame flexible F par le recul ou l'avancement de l'équerre E.

Le passage des traits en relief actionne l'interrupteur et provoque l'émission brusque du courant sur la ligne. La batterie qui le fournit est accompagnée d'une résistance pour éviter sa mise en court-circuit.

A la réception, la gamme de teintes est remplacée par un diaphragme rectangulaire à joues d'écartement variable et dont le rôle est de permettre à la lumière de traverser la lentille ou bien de l'en empêcher. Là encore, la position du diaphragme permet d'obtenir à volonté, soit une épreuve positive, soit une épreuve négative.

Notre appareil peut être rendu réversible et être à volonté utilisé comme transmetteur ou comme récepteur. Mais les nécessités du reportage nous ont amené à réaliser un type d'appareil seulement transmetteur tout à fait



Appareil transmetteur portatif en ordre de marche.

portatif. Il a l'aspect et les dimensions d'un phonographe et a permis, depuis quelques mois, à des reporters d'un grand Journal parisien de transmettre soit de France, soit de l'étranger, sous le nom de *Belinogrammes*, des photographies d'actualités immédiates.

Indépendamment de nombreuses expériences poursuivies, depuis plusieurs années, en France sur divers circuits de l'Administration des P.T.T. et sur la ligne particulière reliant nos laboratoires de Paris et de Lyon ; indépendamment aussi des *reportages téléphotographiques* rappelés ci-dessus, il convient de mentionner les expériences particulières suivantes :

1° Transmission de textes et de photographies le 14 novembre 1920 entre New-York et Saint-Louis, première transmission de ce genre effectuée en Amérique ;

2° Transmission d'empreintes digitales de signalements et de clichés anthropométriques, l'été dernier, entre Lyon et Paris ;

3° Transmission, sur la même ligne, de textes chinois et japonais, dont les caractères extrêmement nombreux ne se prêtent pas à la transmission télégraphique ordinaire.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'élimination de la chaleur de réaction dans la synthèse de l'ammoniaque par les hyperpressions.* Note [1] de M. **Georges Claude**, présentée par M. d'Arsonval.

J'ai expliqué récemment [2] que dans la synthèse de l'ammoniaque par les hyperpressions, l'élimination de la chaleur de réaction à travers la paroi très épaisse des tubes de réaction développait, du fait de la température plus élevée des couches internes du métal, des pressions parasites suffisantes pour provoquer la rupture des tubes.

Pour surmonter cette difficulté, il suffit, comme je l'ai dit, d'uniformiser la température dans toute l'épaisseur de la paroi, en immergeant le tube dans un calorifuge approprié, amiante ou kieselguhr [3]. Mais il faut alors avoir recours à d'autres moyens pour évacuer la chaleur de réaction.

Celui que j'utilise est basé sur le fait qu'avec les coefficients de combinaison voisins de 50 pour 100 conférés par l'emploi de pressions d'un millier d'atmosphères, la chaleur dégagée par la réaction *équivaut* à un échauffement voisin de 500° des gaz réagissants, échauffement d'ailleurs impossible, car les conditions de l'équilibre en seraient bouleversées. Mais, si la chaleur de réaction dégagée par une certaine masse de gaz est transportée à une masse égale de gaz comprimés frais prise à la température ambiante, elle sera précisément capable d'amener cette masse à la température de réaction.

Dès lors, j'ai complètement abandonné le procédé habituel qui consiste à échauffer les gaz à traiter dans un échangeur de température aux dépens de la chaleur des gaz sortants, à les amener ainsi au tube à réaction, déjà échauffés à la température de réaction, et à évacuer au dehors, à travers la paroi, toute la chaleur de réaction. Dans ma méthode actuelle, les gaz sont introduits dans le tube de catalyse *sans avoir été échauffés* au préalable et sont échauffés dans l'intérieur du tube *aux dépens de la réaction, à mesure de celle-ci.*

A cet effet, les gaz froids entrants circulent dans l'espace annulaire compris entre le tube extérieur épais et un tube intérieur mince contenant

---

(1) Séance du 27 février 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 157.

(3) Pour caractériser le rôle de cet isolement, qui n'a pas pour but, à l'encontre des pratiques usuels, d'éviter des pertes de chaleur, je lui ai donné le nom d'*isolement isotherme.*

la matière catalysante, et s'échauffent progressivement aux dépens de la chaleur de réaction. Un isolement approprié du tube mince gradue cet échauffement de telle sorte que la quantité de chaleur *enlevée en chaque point du tube* par les gaz extérieurs entrants *est justement égale* à la quantité de chaleur *dégagée en ce point par la réaction*. Or, vers l'entrée des gaz froids, c'est-à-dire vers la sortie des gaz ayant réagi, la différence de température entre les deux courants de gaz est très grande et la réaction peu intense : l'épaisseur du calorifuge y doit donc être très grande. Au contraire, vers l'entrée sur la matière catalysante, l'écart de température est faible, la réaction intense : l'isolant doit donc être très mince en cette région, pour évacuer beaucoup de chaleur malgré ce faible écart. On trouve aisément que, dans l'ensemble, la section du calorifuge le long d'une génératrice doit être une courbe d'allure parabolique.

La condition désirée ainsi satisfaite, la chaleur de réaction étant transportée sur les gaz réagissants à mesure de sa production, la réaction peut ainsi se poursuivre d'un bout à l'autre du tube à la température la plus favorable pour concilier une forte vitesse des gaz et une bonne teneur en ammoniaque.

Les résultats pratiques fournis par cette méthode sont excellents, et c'est ainsi que, depuis plus d'un an, fonctionnent mes appareils.

Si l'on veut cependant utiliser des pressions moindres de 1000^{atm}, il est naturellement nécessaire d'échauffer quelque peu les gaz à traiter avant leur entrée dans le tube. On y arrive aisément en les faisant passer dans un serpentin plongé dans un bain d'eau que chauffe un autre serpentin traversé par les gaz sortants : en renouvelant plus ou moins vite l'eau du bain, on règle la température d'entrée à la valeur *la plus convenable*.

Ainsi suggérée par des nécessités toutes fortuites, cette solution s'est trouvée dotée par surcroît d'avantages très précieux. L'un des plus intéressants est que, les gaz arrivant froids autour du tube contenant le catalyseur, et ne s'échauffant que peu à peu, le tube extérieur ne doit supporter la haute température — qui seule peut le fatiguer à la longue — que tout à fait au bout opposé à l'arrivée, où il est aisé de lui donner un supplément d'épaisseur. De là une augmentation de la *vie* des tubes : celle-ci approche déjà de 4000 heures dans les appareils que j'ai en service. Une conséquence encore plus importante du fait que le bout du tube côté de l'arrivée des gaz est à peu près à la température normale, c'est que toute difficulté de joint à la tête mobile qui ferme le tube est supprimée. On a pu dès lors constituer de cette tête et du tube renfermant la matière catalysante un

ensemble léger et facilement amovible, qu'on peut enlever quand cette matière est hors d'état (ce qui dès à présent ne se produit guère que toutes les 200 ou 300 heures) pour le remplacer par un autre tout identique plein de catalyseur neuf ([1]). Une simple rotation d'un quart de tour suffit à assurer le joint grâce à un dispositif à filets interrompus analogue à celui des culasses de canon, et comme le tube extérieur reste en place, dans son calorifuge, à sa température, le remplacement de la matière catalysante se fait avec autant de facilité que celui des cartouches d'un canon.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage du soufre dans les pyrites de fer.* Note ([2]) de MM. **G. Chaudron** et **G. Juge-Boirard**, présentée par M. H. Le Chatelier.

La méthode, généralement recommandée pour le dosage du soufre dans les pyrites, consiste à le transformer en acide sulfurique au moyen de l'eau régale. Sur les conditions de cette réaction, les traités d'analyse donnent des indications très différentes et ils signalent comme un incident courant la mise en liberté de soufre.

Nous nous sommes efforcés dans ce travail de déterminer les facteurs dont dépend cette séparation accidentelle du soufre.

Le bisulfure de fer FeS^2 existe sous deux formes : la pyrite cubique qui cristallise dans le système cubique et la marcassite ou pyrite blanche, qui cristallise dans le système rhombique. Les pyrites de fer renferment parfois des quantités notables de sulfure de cuivre et de zinc.

Nous avons fait l'attaque avec des liqueurs de compositions variant depuis l'acide nitrique concentré (densité 1,4), jusqu'à l'acide nitrique additionné de trois fois son volume d'acide chlorhydrique concentré (densité 1,2).

Nous avons opéré à différentes températures, obtenues en agitant énergiquement le vase d'attaque, en verre mince, dans un bain d'eau maintenue à température constante.

([1]) Un de ces ensembles, pour chacun des quatre tubes catalyseurs d'une installation de cinq tonnes de NH^3 par jour, ne pèse, matière catalysante et engrenages compris, que 80^{kg}.

([2]) Séance du 27 février 1922.

I. — *Essais sur un échantillon de pyrite.*

Les essais ont été effectués sur 0g,5 environ de matière passée au tamis 120.
Le résidu insoluble, inférieur à 1 pour 100, a été pesé avec le fer.

Nos des essais.	Température de l'attaque.	Liqueur d'attaque.	Observations.	Fe p. 100.	S p. 100.
1....	15° environ	10^{cm^3} NO^3H	dissol. en 6 heures, pas de soufre	46,7	»
2....	»	»	»	46,6	52,3
3....	»	»	»	46,8	52,21
4....	»	$10^{cm^3}\left(NO^3H+\frac{1}{3}HCl\right)$	»	46,2	51,9
5....	»	»	»	»	52,26
6....	60° environ	10^{cm^3} NO^3H	dissol. en 1 heure, pas de soufre	46,9	52,3
7....	»	»	»	46,36	51,4
8....	»	5^{cm^3} NO^3H	»	47	52,2
9....	»	$10^{cm^3}\left(NO^3H+\frac{2}{3}HCl\right)$	»	46,6	51,8
10....	90° environ	10^{cm^3} NO^3H	dissol. en 5 min., filaments de soufre	48	50
11....	»	»	»	46,4	50,87
12....	»	»	»	»	49,8
13....	»	$10^{cm^3}\left(NO^3H+\frac{1}{3}HCl\right)$	»	»	»
14....	»	$10^{cm^3}\left(NO^3H+\frac{2}{3}HCl\right)$	»	»	»

Les essais faits à 90° donnent des résultats trop faibles en soufre.

Nous avons toujours observé pour l'eau régale et l'acide nitrique concentré une action identique sur la pyrite.

II. — *Essais sur un échantillon de marcassite.*

Les essais ont été effectués sur 0g,5 de matière, passée au tamis 120.

Nos des essais.	Température de l'attaque.	Liqueur d'attaque.	Observations.	Fe p. 100.	S p. 100.
15....	15° environ	$10^{cm^3}\left(NO^3H+\frac{1}{3}HCl\right)$	dissol. en 1 heure, pas de soufre	46,5	51,9
16....	»	10^{cm^3} NO^3H	»	47	52
17....	60° environ	»	dissol. en 5 m., petits grains de soufre	»	»
18....	70° environ	»	formation de globules de soufre	46,69	50,2
19 (1).	»	$10^{cm^3}\left(NO^3H+\frac{1}{3}HCl\right)$	dépôt de soufre abondant	46,8	40,2

Si l'on évite, dans l'attaque à la température ordinaire, l'accélération de

(1) Échantillon broyé grossièrement.

la réaction, il n'y a pas de séparation de soufre libre. Vers 70°, au contraire, le soufre s'agglomère; de même le défaut de finesse favorise la séparation du soufre.

III. — *Essais sur des échantillons de pyrite de fer contenant d'autres sulfures, en particulier de la calchopyrite.*

Nos des essais.	Température de l'attaque.	Liqueur d'attaque.	Observations.	Fe p. 100.	S p. 100.
20.....	15°	$10^{cm^3}\left(NO^3H + \frac{1}{3}HCl\right)$	pas de soufre libre	42 (1)	47,6
21....	bain-marie	»	attaque en 5 min., dépôt de soufre	41,94	40,8
22....	attaque en 2 temps (2)	»	pas de soufre libre	42,8	48

Les échantillons de pyrite, contenant des sulfures de cuivre et de zinc, sont tous très facilement attaquables par l'acide nitrique ou l'eau régale. Ils donnent une séparation de soufre si on laisse la réaction s'accélérer; cependant, après un contact de quelques heures avec l'eau régale, à la température ordinaire, on peut, sans inconvénient, terminer la réaction au bain-marie.

Conclusions. — Les variétés de pyrite de fer facilement attaquables, marcassite ou pyrite contenant d'autres sulfures, en particulier de cuivre et de zinc, donnent dès que la température dépasse 60°, une séparation de soufre.

Si la réaction se fait à froid, nous avons toujours observé une oxydation totale du soufre; cette méthode est donc à préconiser malgré l'inconvénient de la durée d'attaque, variant de 5 à 12 heures (attaque de $0^g,5$ de pyrite pulvérisée, passée au tamis 120, par 10^{cm^3} d'eau régale).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la réduction du benzoate d'éthyle et de quelques autres composés benzéniques par le sodium et l'alcool absolu.* Note de M. **Hervé de Pommereau**, présentée par M. Ch. Moureu.

J'ai précédemment montré (3) que la réduction de l'α-naphtoate d'éthyle par le sodium et l'alcool absolu donne un dihydrométhylnaphtalène, et que ce même carbure peut être obtenu en réduisant de la même façon l'alcool α-naphtylique.

---

(1) Insoluble 4,2 pour 100.

(2) Une heure à froid, puis au bain-marie.

(3) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1503.

Bouveault et Blanc ont signalé, d'autre part (1), que l'alcool benzylique ne peut être obtenu par la réduction du benzoate d'éthyle au moyen du sodium et de l'alcool absolu, par suite de la formation d'un complexe solide entre l'éthylate de soude et l'éther-sel.

Markownikoff (2), puis Einhorn et Willstätter (3), ayant réduit l'acide benzoïque en acide hexahydrobenzoïque par le sodium et l'alcool amylique, il m'a paru intéressant d'étudier à nouveau la réduction du benzoate d'éthyle par le sodium et l'alcool.

Lorsque l'on fait couler une solution de 50^g de benzoate d'éthyle dans un litre d'alcool absolu sur 140^g de sodium, on constate tout d'abord, ainsi que Bouveault et Blanc l'ont signalé, la formation d'un complexe solide ; mais ce composé se redissout lentement à chaud en même temps que se termine l'attaque du sodium. Après saponification du mélange on trouve surtout de l'acide hexahydrobenzoïque et une petite quantité d'un alcool tétrahydrobenzylique.

Cet alcool tétrahydrobenzylique $C^6H^9CH^2OH$ est un liquide incolore bouillant à 188° sous 760^{mm}, il fixe deux atomes de brome et donne une uréthane fusible à 63° ; cette uréthane peut également fixer deux atomes de brome en solution dans le sulfure de carbone.

Dans cette réduction je n'ai pas trouvé de toluène.

Ces résultats sont comparables à ceux obtenus par Einhorn et Willstätter (4), qui, par la réduction du salicylate d'éthyle au moyen du sodium et de l'alcool amylique, ont observé la formation, à côté de l'acide cyclohexanol-ortho-carbonique, d'acide pimélique, lequel provient vraisemblablement d'une hydrolyse d'un acide tétrahydrosalicylique qui se formerait d'abord.

Le benzoate et le naphtoate d'éthyle se comportent donc de façons différentes vis-à-vis du sodium et de l'alcool absolu.

Cette réduction d'un composé benzénique en dérivés tétra- et hexahydrogénés, m'a conduit à rechercher quelle pouvait être l'influence de la fonction fixée au noyau benzénique sur la réduction de ce même noyau par le sodium et l'alcool absolu.

Klages (5) a déjà montré que l'alcool benzylique est ainsi réduit en

(1) *Comptes rendus*, t. 137, 1903, p. 60.
(2) *Berichte*, t. 25, 1892, p. 3355.
(3) *Berichte*, t. 26, 1893, p. 2913.
(4) *Berichte*, t. 27, 1894, p. 331.
(5) *Berichte*, t. 39, 1906, p. 2587.

toluène. Le rendement en carbure qu'il indique étant médiocre, j'ai examiné à nouveau cette réduction et n'ai trouvé que du toluène.

La réduction de l'aldéhyde benzoïque m'a donné du toluène et de l'acide hexahydrobenzoïque; cela était à prévoir, puisque l'aldéhyde benzoïque forme avec l'éthylate de sodium un complexe qui peut se décomposer en acide benzoïque et en alcool benzylique (1).

Le phénol, le phénethol et l'aniline ne sont sensiblement pas altérés par le sodium et l'alcool absolu.

La réduction dans les mêmes conditions du nitrobenzène donne surtout de l'aniline, avec une petite quantité d'hydrazobenzène, lequel, dans les conditions de l'expérience, s'oxyde rapidement en azobenzène.

En résumé, l'étude de la réduction par le sodium et l'alcool d'un certain nombre de composés benzéniques (acide benzoïque, benzoate d'éthyle, alcool benzylique, aldéhyde benzoïque, phénol, phénethol, aniline, nitrobenzène) indique que, seuls, les noyaux auxquels est directement fixé un groupement carboxyle sont facilement réduits.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Hydrogénation formique des sels quaternaires d'hexaméthylènetétramine.* Note de MM. **Marcel Sommelet** et **Jean Guioth**, présentée par M. Béhal.

L'hexaméthylènetétramine $(CH^2)^6N^4$ se rapproche, par ses propriétés, des amines tertiaires; elle s'unit, par exemple, aux dérivés halogénés alcooliques pour donner des sels d'ammoniums quaternaires

$$(CH^2)^6N^3 \equiv N\begin{matrix} \diagup CH^2-R \\ \diagdown X \end{matrix}$$

dont il existe, aujourd'hui, un nombre déjà grand. Ces sels se prêtent à un certain nombre de transformations caractéristiques qui dépendent de leur peu de résistance à l'action des réactifs.

L'hexaméthylènetétramine est, elle-même, hydrolysée facilement sous l'influence des acides; on retrouve cette instabilité chez ses sels quaternaires et M. Delépine a montré qu'ils s'hydrolysent dans les mêmes conditions. Leur décomposition entraîne alors la mise en liberté d'aldéhyde formique, d'ammoniaque et de l'amine primaire $R-CH^2-NH^2$. Cette dernière prend naissance si simplement et en si bon rendement qu'il y a eu

(1) *Berichte*, t. 20, 1887, p. 646.

là le point de départ d'une méthode fort intéressante de synthèse des amines primaires.

L'un de nous (¹) a constaté, d'autre part, que certains sels quaternaires d'hexaméthylènetétramine étaient si peu stables, que le contact avec l'eau bouillante suffit à les décomposer : il se forme, entre autres produits, l'aldéhyde R-CHO qui correspond au résidu $R\text{-}CH^2$ existant dans le sel quaternaire. Cette transformation s'effectue le mieux quand elle porte sur des combinaisons de la base envisagée avec des halogénures du groupe benzylique : on peut alors l'utiliser pour l'obtention d'aldéhydes de la série benzoïque.

Ayant été amené à rechercher de quelle manière l'acide formique peut réagir sur l'hexaméthylènetétramine, l'un de nous avait constaté que, si l'on met les deux corps en présence à chaud, il y a production d'anhydride carbonique et d'un mélange de bases où il a pu, en collaboration avec M. Ferrand (²), reconnaître la présence de l'ammoniaque, de la monométhylamine et de la triméthylamine, cette dernière prédominant. La production de l'anhydride carbonique est l'indice que l'acide formique se décompose de la manière dont l'équation suivante rend compte :

$$H\text{-}COOH = CO^2 + H^2,$$

l'hydrogène, formé corrélativement, se fixant sur les éléments de l'hexaméthylènetétramine pour engendrer les méthylamines.

Nous nous sommes proposé, dans le présent travail, d'examiner ce qui se passe quand, dans la réaction précédente, on substitue à l'hexaméthylènetétramine elle-même l'un de ses sels quaternaires.

Lorsqu'on échauffe lentement un mélange d'acide formique et de chlorobenzylate d'hexaméthylènetétramine, on observe, dès avant l'ébullition, de même que lorsqu'il s'agit de la base libre, un dégagement d'anhydride carbonique. Ce dégagement, qui témoigne, ici aussi, d'une action hydrogénante de l'acide formique, se poursuit assez longtemps; quand il est arrivé à son terme, on peut isoler comme l'un des principaux produits de la réaction la N-diméthylbenzylamine :

$$\left.\begin{matrix} C^6H^5-CH^2 \\ Cl \end{matrix}\right\rangle N \equiv (CH^2)^6N^3 \rightarrow C^6H^5-CH^2-N(CH^3)^2.$$

La manière la plus simple de concevoir le phénomène est d'admettre que

(¹) *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 182.
(²) *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, t. 25, 1919, p. 457.

le chlorobenzylate se transforme par hydrogénation de façon telle que le chaînon

$$C^6H^5 - CH^2 - N\begin{matrix} \diagup CH^2 \\ \diagdown CH^2 \end{matrix}$$

fixe deux atomes d'hydrogène; le restant de la molécule donne, en même temps, lieu à la production d'ammoniaque et de méthylamines.

La quantité de diméthylbenzylamine ainsi produite correspond à un rendement de 60 à 70 pour 100 du rendement théorique; on ne voit pas ce rendement se modifier de façon importante quand on fait varier la concentration de l'acide formique mis en œuvre; on a employé des solutions aqueuses contenant 25, 50 et 80 pour 100 d'acide réel.

En présence de ce mode nouveau de production d'une amine tertiaire diméthylée à l'azote, nous avons cherché à connaître son degré de généralité et, par suite, sa valeur pratique. Nous l'avons, dans ce but, appliqué à des sels quaternaires d'hexaméthylènetétramine appartenant à trois groupes différents : 1° dérivés acycliques : bromoéthylate, iodo-*n*- butylate, iodoallylate; 2° dérivés benzyliques : *p*-éthylchlorobenzylate, diméthyl-3.5-bromobenzylate, les trois nitrobenzylates isomériques; 3° dérivés phénylgras-iodophénopropylate, chlorocinnamylate.

On a pu, dans chacun de ces cas en dehors du premier, caractériser l'amine diméthylée attendue. Les rendements obtenus, très faibles pour les composés du premier groupe, sont un peu plus satisfaisants pour ceux du troisième, mais ne semblent intéressants que pour les sels quaternaires du groupe benzylique. Il faut signaler que ces derniers donnent lieu à une réaction parasite qui consiste dans la production d'une aldéhyde benzoïque et qui est relativement importante quand il s'agit du *p*-éthylchlorobenzylate et du diméthylbromobenzylate.

Les amines tertiaires diméthylées à l'azote peuvent être obtenues par réaction d'un dérivé halogéné sur la diméthylamine ou par méthylation d'une amine primaire. La méthode que nous proposons pourra, dans certains cas, présenter quelque avantage du fait qu'elle ne nécessite la possession ni de diméthylamine, ni de l'amine primaire à méthyler.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Observations sur la sculpture du relief par les glaces.* Note de M. André Allix, présentée par M. Barrois.

Les observations présentées dans la précédente Note entraînent sommairement les déductions suivantes :

1° Le glacier travaille *vite* à l'érosion du sol encaissant (sous la réserve que cette action ne se fait sentir que pendant la période de l'année où il y a dégel diurne).

2° Le glacier travaille d'autant plus vite que la période de dégel diurne est plus longue et que l'amplitude diurne de température est plus grande; en d'autres termes, il travaille plus vite dans les parties basses et en période de décrue que dans les parties hautes et en période de crue. Ceci jusqu'à une limite inférieure déterminée par l'importance et la durée du regel nocturne.

3° Sur toutes les parties du sol qu'il travaille ainsi, le glacier enlève une épaisseur de roche à peu près égale partout (ou du moins du même ordre de grandeur), puisque l'épaisseur de la tranche rocheuse enlevée par ce processus est indépendante à la fois de la pente, du volume et de la vitesse d'écoulement du glacier. Son action sur le relief n'est donc ni régressive ni progressive; dans l'ensemble, elle ne peut mieux se traduire que comme un *enfoncement vertical sur place*.

4° La rapidité de cette action par rapport à l'usure subaérienne des versants rend compte du surcreusement classique, c'est-à-dire de l'enfoncement, depuis longtemps observé, de tout lit glaciaire (auge ou cirque) au milieu des formes qui l'entourent.

5° L'enfoncement, sur place, de la masse glaciaire seule, explique les ombilics des fjords et des grandes vallées subalpines, qui cessent, en gros, aux points mêmes où a cessé le stationnement des grands glaciers quaternaires. Ainsi s'expliquent aussi les ombilics et contre-pentes du profil en long des auges glaciaires, soulignant peut-être, au moins dans les cas les plus simples, les limites successives de cet enfoncement sur place au cours des saccades de la dernière décrue. Enfin, ainsi s'explique l'existence, dans les cirques et certaines grandes auges, de parois verticales, d'une netteté absolue, découpant, comme au couteau, des roches dures non décomposées, sur une hauteur de plusieurs centaines de mètres parfois.

6° Dans les limites altimétriques indiquées plus haut, il existe deux cas où le processus de corrosion n'agit pas :

a. Partout où la masse de glace est interrompue, cas fréquent dans les cirques composites. Dans ce cas, l'action d'enfoncement respecte certaines zones rocheuses; au bout d'un temps suffisant, elles demeurent en saillie, origine des nunataks et peut-être de certains verrous.

b. Partout où, entre la glace et la roche, s'interpose une couche de moraine de fond assez épaisse et assez continue pour jouer le rôle d'isolant

thermique et entraver les actions gélives. Dans ce cas, il y a encore une action du glacier sur le relief, mais toute différente : c'est la friction de la roche par la moraine de fond, où interviennent cette fois le volume, la pente, la vitesse d'écoulement et, pour tout dire, la pression du glacier. En négligeant, pour le moment, le travail des eaux de fond, c'est cette action de friction, seule, qui avait été regardée jusqu'ici comme responsable du creusement par les glaces.

Or, la comparaison des deux processus, évidente notamment dans la zone choisie du Glacier Blanc, nous conduit à penser que la friction est incapable de donner à la roche autre chose que le *poli glaciaire* traditionnel. Sous cette forme, le glacier agit comme une meule-émeri pour polir les formes (et seulement dans certains cas, le poli n'étant pas un fait général); mais ces formes ont été d'abord dégrossies, rabotées et sculptées par les actions gélives, c'est-à-dire par la corrosion sous-glaciaire.

La variation des conditions locales de détail dans les diverses zones d'un glacier peut, semble-t-il, expliquer suffisamment que l'un ou l'autre des deux processus, corrosion ou friction, prédomine en tel ou tel point, et permette ainsi, sur les cas d'espèce, de compléter l'explication des accidents particuliers du relief (verrous, gouttières, ombilics complexes, etc.).

7° L'ampleur topographique des formes glaciaires et leur extension altimétrique sont évidemment déterminées par un phénomène climatique, à savoir l'ampleur des masses glaciaires qui les ont sculptées. Dans le cas de périodes de glaciation croissantes, chacune couvrira et débordera les formes de la précédente, c'est-à-dire, si elle en a le temps, les dévorera sans en laisser de traces. Dans le cas de périodes décroissantes, des formes de plus en plus petites et de plus en plus perchées s'enfonceront au milieu des précédentes (1). Les débris de celles-ci disparaîtront d'autant plus vite et plus complètement que l'on sera dans une zone plus élevée et plus centrale. Les formes vieilles du relief glaciaire, dans un massif donné, se trouvent donc d'autant plus vastes et d'autant mieux conservées qu'on s'abaisse davantage vers la périphérie du massif; les reliefs sont, malgré leur hauteur croissante, d'autant plus jeunes qu'on se rapproche du centre.

---

(1) Il en résulte notamment que, sauf exceptions, l'épaulement classique n'est le reste d'un fond d'ancienne auge que dans une zone très étroite, pincée entre l'auge jeune, en bas, et les cirques jeunes, en haut.

BOTANIQUE. — *Sur la signification de l'appareil réticulaire de Golgi.* Note de MM. A. Guilliermond et G. Mangenot, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans une Note précédente, nous avons démontré que les vacuoles filamenteuses et réticulées, à contenu semi-fluide et colorable vitalement, existant dans les cellules embryonnaires de nombreux végétaux (méristème de la racine d'Orge pour exemple), sont analogues aux formations connues, dans la cellule animale, sous le nom de canalicules de Holmgren. Dans les préparations obtenues par les méthodes de Regaud, ces aspects particuliers du système vacuolaire se traduisent par des canaux incolores, très semblables aux canalicules de Holmgren, tandis que le chondriome, qu'il est impossible de colorer sur le frais, apparaît avec netteté. En appliquant aux mêmes objets les techniques utilisées en cytologie animale pour mettre en évidence l'appareil canaliculaire (méthodes de Holmgren, de Bensley), nous avons reconnu que les vacuoles filamenteuses se comportent comme les canaux de Holmgren, et nous avons cru pouvoir conclure que ces dernières formations, jusqu'alors énigmatiques, se rapportent également, dans la cellule animale, à certaines phases du système vacuolaire.

On sait que de nombreux cytologistes identifient à ce trophosponge de Holmgren l'*apparat reticolare interno* de Golgi, ces formations n'étant, pour eux, que deux aspects d'un même système, provoqués par des techniques différentes : les méthodes de Holmgren et de Bensley mettraient en évidence un réseau de canalicules incolores, au niveau desquels, à la suite des réactions constituant la méthode de Golgi et ses nombreuses variantes, l'argent formerait un dépôt noir. Cependant certains auteurs prétendent avoir réussi la détection simultanée, dans une même cellule, des canalicules de Holmgren et du réseau de Golgi, et soutiennent que ces deux systèmes sont différents. Sur la nature même du réseau de Golgi, on ne sait pas grand'chose. Pensa, à la suite d'études sur la cellule végétale, semble admettre que l'appareil réticulaire correspond à certaines substances colloïdales, dont l'équilibre physique, dans le cytoplasme, est réalisé sous forme de filaments anastomosés. Enfin, pour de nombreux cytologistes, cet appareil ne serait qu'un artifice de préparation.

L'étude de la cellule végétale, et en particulier des cellules du méristème de la racine d'Orge, nous a permis d'éclaircir cette question si controversée. Nous avons utilisé la méthode de Golgi et surtout celles, plus sûres, de

Cajal et de Da Fano; cette dernière nous a donné des résultats particulièrement satisfaisants.

Dans les cellules indifférenciées du méristème, l'imprégnation met nettement en évidence un appareil réticulaire bien caractérisé : dans tout le cytoplasme, surtout dans les régions libres de chaque côté du noyau, on voit des filaments colorés en noir intense, extrêmement tortueux, de largeur très irrégulière, portant de nombreuses varicosités parfois très volumi-



Appareil réticulaire dans la racine d'Orge.

neuses et anastomosées en réseau. Cet *apparato reticolare* se superpose d'une manière très exacte au système canaliculaire que met en évidence, dans les mêmes cellules, la méthode de Bensley, et correspond sans nul doute, malgré quelques déformations, aux éléments vacuolaires filamenteux et anastomosés colorables vitalement. D'ailleurs, si l'on observe, sur la même coupe, des régions plus éloignées de la pointe, donc plus différenciées, on voit disparaître les réseaux de Golgi; en même temps on distingue

l'existence, dans le cytoplasme coloré en gris très pâle, de vacuoles assez volumineuses. Dans les cellules âgées, à grandes vacuoles, l'appareil réticulaire fait toujours défaut. On voit donc ici, avec la plus grande netteté, que l'*apparato reticolare* résulte d'une abondante réduction argentique au niveau des canalicules très ténus que sont les jeunes vacuoles. On reconnaît, non moins nettement, que les systèmes de Golgi et de Holmgren sont parfaitement correspondants; mais, comme l'imprégnation du système vacuolaire paraît s'effectuer sur les substances mêmes en solution dans les vacuoles, on comprend que ces dernières puissent se rétracter sous l'influence des manipulations et déterminer des espaces lacunaires incolores, susceptibles, dans certains cas, d'être confondus avec un appareil de Holmgren.

Dans les cellules différenciées où n'existe plus d'appareil de Golgi, rarement dans les cellules embryonnaires, l'argent noircit des granulations très fines, des bâtonnets extrêmement ténus, groupés par places en grumeaux mal définis et qui paraissent correspondre à un chondriome altéré. Ces formations, qui se mêlent à l'*apparato reticolare* dans les quelques cellules méristématiques où elles se rencontrent, ne peuvent être, naturellement, confondues avec ce dernier. Il est cependant vraisemblable d'admettre que des éléments de même ordre ont été décrits à tort comme appareil de Golgi; cette considération permet d'entrevoir comment cet appareil, typiquement réticulé, et qui, selon notre conception, manifeste un état fonctionnel déterminé des cellules, a été décrit absolument partout, avec les aspects les plus divers.

En dépit du peu de précision de la méthode de Golgi et de celles qui en ont été dérivées, nos observations nous conduisent à admettre que l'appareil de Golgi, tout au moins dans sa forme typique, n'est pas un artifice de préparation; c'est bien, comme l'admettent aujourd'hui Duesberg, Corti et d'autres cytologistes, un constituant morphologique de la cellule; mais ces auteurs étaient dans l'incapacité de définir sa nature. Pensa, en 1917, s'est beaucoup rapproché de ce que nous pensons être la vérité, car il a vu que les éléments filamenteux réticulés de nombreuses cellules végétales, qu'il imprègne par la méthode de Golgi, sont distincts des chondriosomes colorables vitalement, et résultent de la disparition, sous des influences expérimentales diverses, de vacuoles préexistantes. Mais le savant italien ne pouvait aller plus loin, car il ignorait l'évolution du système vacuolaire. Aujourd'hui, nous croyons être autorisés par nos recherches à considérer l'appareil de Golgi comme superposable au trophosponge de Holmgren et à assimiler ces deux formations à certaines figures de l'évolution des vacuoles.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *L'origine du centrosome et la formation du fuseau chez* Stypocaulon scoparium (*L.*) *Kütz*. Note de M. **Pierre Georgévitch**, présentée par M. J. Costantin.

Sur l'origine du centrosome chez les végétaux, il existe encore des opinions contradictoires. Pour élucider cette question, nous avons fait de nouvelles recherches sur une Algue marine du genre *Stypocaulon*.

Dans les cellules apicales de *Stypocaulon*, le centrosome, est d'origine intranucléaire et prend naissance de la masse nucléolaire.

Ce n'est qu'après la fragmentation du nucléole que le centrosome se délivre du nucléole, et ainsi délivré arrive enfin jusqu'à la membrane du noyau, avec laquelle il reste en relation intime. Ces stades de développement sont très fréquents, et ils ont été observés par la plupart de nos devanciers. Les stades antérieurs de l'origine même du centrosome, ainsi que sa migration à travers le noyau jusqu'à sa membrane, est difficile à constater, et surtout sur les préparations insuffisamment différenciées. C'est pourquoi les premiers stades étaient le plus souvent passés inaperçus, comme nous le verrons dans la suite.

Dans les cellules apicales de cette Algue, on trouve un grand noyau ne contenant qu'un seul nucléole arrondi, dont le centre est occupé par une sphère assez grande de plastine. Cette sphère, se colorant très faiblement, donne l'aspect d'une grande vacuole. Sur la périphérie de ce nucléole est concentrée la masse chromatique dans laquelle on voit un assez grand nombre des vacuoles. Sur les préparations bien différenciées, le nucléole est séparé du réseau nucléaire par une zone claire. En outre on voit au centre de la sphère de plastine du nucléole une granulation très chromophile, autour de laquelle se trouve aussi une zone claire. Cette granulation se divise bientôt en deux parties égales qui prennent l'aspect de baguettes.

Chacune de ces baguettes se divise au cours du développement ultérieur en deux parties inégales, sous forme de granulation, qui atteignent bientôt les deux pôles du nucléole. Ensuite le nucléole s'allonge, prenant un contour irrégulier. Dans sa masse apparaît un grand nombre de petites vacuoles, causant ainsi la fragmentation du nucléole en plusieurs parties ayant la tendance de s'étirer.

Grâce à cette fragmentation du nucléole, les deux paires des granulations chromophiles se délivrent et atteignent les pôles du noyau. Pendant ce temps, le nucléole s'allonge considérablement et, à cause de la vacuolisation qui s'accuse sans cesse, sa masse prend l'aspect fibrillaire.

Ce faisceau fibrillaire occupe le centre du noyau et s'allonge vers ses pôles.

Ainsi se forme un fuseau intranucléaire, et, comme on le voit, d'origine nucléolaire. Les pôles de ce fuseau d'abord n'atteignent pas la membrane du noyau. Sur les pôles tronqués de ce fuseau on voit deux granulations chromophiles de grandeur inégale, autour desquelles apparaît une radiation kinoplasmatique. Ce n'est que plus tard que ce fuseau s'allonge et atteint la membrane du noyau, qui montre une dépression sur le lieu de contact, et sur laquelle se trouvent maintenant les centrosomes baciliformes.

ZOOLOGIE. — *Sur un type nouveau et remarquable de Gymnosomes* (Laginiopsis *n. g.*). Note de Mme **A. Pruvot**, présentée par M. Joubin.

Dans la collection de Gastéropodes gymnosomes recueillis au cours des campagnes de S. A. S. le Prince de Monaco, dans la région des Açores, se trouve un animal intéressant par le fait qu'il semble représenter dans ce groupe le terme extrême d'une évolution aberrante.

Vivant d'une vie pélagique ou bathypélagique, les Gymnosomes sont caractérisés, en général, par la variété et le développement parfois considérable des parties buccales, ventouses, cônes buccaux, crochets, radula. Tous ces organes sont capables de se dévaginer hors de la bouche et d'être projetés au dehors pour happer la proie et la maintenir. Il est donc assez surprenant de rencontrer un Gymnosome, bien caractérisé d'ailleurs, conformé normalement au point de vue de la forme extérieure (corps, nageoires, pied, tentacules) et de la plupart des organes internes (cœur, rein, organes génitaux), mais qui présente, d'autre part, une régression des parties buccales allant jusqu'à la disparition complète de tous les organes préhensiles, et montre dans tout le tube digestif des anomalies remarquables qui ont leur répercussion sur le système nerveux.

Long de 13^{mm} ou 14^{mm} jusqu'au sommet de la tête, cet animal, pour lequel je propose le nom générique de *Laginiopsis* (*Lagin. triloba* n. g., n. sp.), porte au point où est généralement située la bouche, un appendice à peu près long comme la moitié du corps, rappelant par sa forme un pistil de Liliacée, et ne ressemblant en rien à une trompe de Gymnosome. Rétréci sur une certaine longueur, cet appendice s'épanouit au sommet en trois lobes charnus, un médian et deux latéraux, au centre desquels, et un peu dorsalement, s'ouvre l'orifice antérieur du tube digestif. Sous les lobes latéraux pend de chaque côté un petit appendice conique, effilé. Sous la loupe, ces lobes ne contiennent aucun organe, si ce n'est les deux ganglions buccaux, bien développés,

et dont les connectifs très longs suivent le trajet du tube digestif jusqu'aux ganglions cérébroïdes situés dans la partie céphalique. L'œsophage, mince, incolore, transparent, traverse l'anneau nerveux et, aussitôt après, s'élargit dorsalement en une tubérosité qui remonte vers la partie antérieure, puis se continue en une vaste poche ou jabot, à parois toujours minces et non glandulaires, qui s'étend en formant de nombreux plis flasques, jusqu'à l'extrémité postérieure du corps. Cette poche a une capacité considérable; il semble qu'une fois pleine elle doit être capable de distendre les parois du corps. De sa partie inférieure part en remontant un conduit peu à peu rétréci, qui se rend à une glande de couleur jaune, assez grosse, située transversalement dans la cavité abdominale, peu au-dessous de l'anus. C'est là certainement l'équivalent du foie des autres Gymnosomes, dont le débouché dans le canal alimentaire marque l'emplacement morphologique de l'estomac; ici, il est reporté tout près de la terminaison du tube digestif par le développement de l'œsophage et de l'énorme jabot dont je viens de parler. Et c'est tout; pas de bulbe buccal, ni de glandes salivaires; pas de sacs à crochets, de bras à ventouses, ni de radula.

Par la position des ganglions buccaux, la direction que prennent les six ou sept nerfs qui en partent et dont l'un, médian, forme deux autres ganglions plus petits, il semble que c'est dans le lobe médian de la trompe qu'il faut voir tout ce qui reste du bulbe buccal, et dans les lobes latéraux, ses annexes, les sacs à crochets, tandis que les petits appendices tentaculiformes seraient les représentants des cônes buccaux. Tout cela serait définitivement dévaginé, incapable de rentrer désormais dans le corps. Je ne puis donner cette interprétation que comme une hypothèse; mais, à mon avis, c'est la seule possible.

Quant à assigner à cet animal une place dans une des familles déjà existantes, cela paraît tout à fait impossible. Par un point important, l'absence complète d'armature buccale, *Laginiopsis* s'oppose à tous les autres Gymnosomes, dont les organes buccaux, diversement développés, semble dans les divers groupes se balancer et se suppléer l'un l'autre, l'un au moins étant toujours très développé. Or ces organes, qui dominent toute la biologie de ces animaux, sont ceux qui doivent, semble-t-il, jouer le plus grand rôle dans leur classification, et passer bien avant les branchies, et surtout avant le pied, organe rudimentaire, dont les variations n'ont qu'une faible importance. Tout l'effort de l'évolution dans cet ordre de Mollusque a porté sur le développement de ces organes préhensiles; et cet effort a produit des séries évolutives divergeant à partir d'un type moyen, sujet à des flottements, à des tâtonnements, pourrait-on dire, pour aboutir à quelques formes extrêmes et bien caractérisées par l'atrophie plus ou moins complète de l'un ou l'autre de ces organes, compensée par le développement exagéré d'un autre, des bras à ventouses chez les *Pneumoderma;* des sacs à crochets

chez quelques *Clione*, les *Cephalobrachia;* de la trompe chez *Cliopsis*, et aussi chez *Laginiopsis*, mais chez celui-ci d'une façon toute différente.

Basée sur ces considérations, la classification naturelle des Gymnosomes sera alors établie comme le montre le tableau suivant :

SOUS-ORDRE. — I. Radula à plus de 3 dents par rangée; des sacs à crochets; mâchoire présente ou absente. 8 ganglions au système nerveux central :

1re famille : PNEUMODERMATIDÆ (type : *Pneumoderma* Cuv.). — Des ventouses; pas de cônes buccaux; trompe peu développée.

2e famille : CLIONIDÆ. — Pas de ventouses; des cônes buccaux (manquent parfois); trompe peu développée ou nulle.

a. Sous-famille : *Notobranchœinæ* (type : *Notobranchœa* Pels.). — Radula à deux sortes de dents; une mâchoire; des branchies.

b. Sous-famille : *Clioninæ* (type : *Clione* Pall.). — Radula à deux sortes de dents; ni mâchoire, ni branchies.

c. Sous-famille : *Thliptodontinæ* (type : *Thliptodon* Boas). — Radula à trois sortes de dents; ni mâchoire, ni branchies.

3e famille : CLIOPSIDÆ (type : *Cliopsis* Trosch.). — Ni ventouses, ni cônes; trompe très développée, plus longue que le corps.

II. Radula à 3 dents par rangée; pas de sacs à crochets; une mâchoire. 7 ganglions au système nerveux central :

4e famille : ANOPSIDÆ (type : *Anopsia* Gist., = *Halopsyche* Kef.).

III. Ni radula, ni sacs à crochets, ni mâchoire. 9 ganglions au système nerveux central :

5e famille : LAGINIOPSIDÆ (type : *Laginiopsis* n. g.).

PHYSIOLOGIE. — *Utilisation des diastases tissulaires pour la détermination de l'organe dont l'insuffisance fonctionnelle est la cause d'un état pathologique déterminé. — Application de cette méthode clinique à l'étude du rôle physiologique de certains organes.* Note (1) de M. F. MAIGNON, présentée par M. E. Leclainche.

La spécificité d'organe des diastases tissulaires, que nous avons établie dans notre précédente Note, nous a permis de déterminer, dans plusieurs cas, l'organe dont l'insuffisance fonctionnelle était la cause d'un état patho-

(1) Séance du 20 février 1922.

logique donné. Nous examinerons successivement le cas de la *maladie de Basedow*, de l'*eczéma* et des *troubles digestifs d'origine thyroïdienne*.

Maladie de Basedow. — Cette affection, que l'on a considérée longtemps comme une manifestation d'hyperthyroïdisme, a été attribuée récemment par Swieciki à un trouble surrénal et ovarien. Une première malade, âgée de 28 ans, sans goître ni exophtalmie, reçut, pendant cinq mois consécutifs, 1^{mg} de diastases thyroïdiennes, tous les deux jours, soit en injection sous-cutanée, soit en ingestion. On obtint ainsi une amélioration de l'état général, avec augmentation de poids et ralentissement du pouls, mais aucune action sur les signes nerveux de basedowisme. On administra alors, pendant six semaines et quotidiennement, les diastases de thyroïde, d'ovaire et de surrénale (1^{mg} de chaque) et, au bout de trois semaines, on constata la disparition des symptômes nerveux. Sur une deuxième malade, âgée de 54 ans, avec léger goître, les diastases thyroïdiennes amenèrent, en vingt jours, une amélioration importante de l'état général et de l'état nerveux. Enfin, sur une troisième malade, âgée de 52 ans, sans goître, mais avec exophtalmie, on obtint une première amélioration en vingt jours d'administration de diastases ovariennes; puis cette amélioration, qui porta à la fois sur l'état général et nerveux, s'accentua beaucoup avec les diastases thyroïdiennes, données pendant quatre mois, et se poursuivit encore avec les diastases surrénales qui terminèrent le traitement. La malade augmenta de 6^{kg}; le nervosisme et l'émotivité disparurent complètement; l'exorbitisme diminua surtout avec les diastases surrénales. Il faut en conclure que la maladie de Basedow est un syndrome qui peut relever de causes multiples, dont la détermination est possible par l'emploi des diastases tissulaires.

Eczéma. — Certains faits nous ayant amené à penser que le foie devait jouer un rôle dans la nutrition des téguments, nous en avons inféré que les diastases hépatiques donneraient peut-être des résultats dans le traitement de l'eczéma, et l'expérimentation clinique, effectuée chez le chien et chez l'homme, a pleinement confirmé cette manière de voir.

Nous avons expérimenté, nous et nos élèves, sur une cinquantaine de chiens, jeunes et vieux, atteints d'eczémas à formes variées, humides ou croûteux. Sur trois animaux seulement, l'administration de diastases hépatiques (1^{mg} en injection sous-cutanée tous les deux jours) demeura sans effet. Dans tous les autres cas, vers le cinquième ou le sixième jour, commença l'assèchement de la peau et la chute des croûtes. En 15 à 20 jours, la disparition complète des lésions fut obtenue; les poils repoussèrent, épais

et réguliers. Dans le tiers des cas environ, les diastases hépatiques laissèrent persister un peu de congestion du derme et de prurit qui disparurent par l'emploi de diastases thyroïdiennes.

Chez l'homme, nous ne possédons encore que quelques observations : Une femme, âgée de 45 ans, atteinte d'un eczéma papulo-vésiculeux du dos, des mains et des pieds remontant à 12 ans et qui avait résisté à tous les traitements; cet eczéma disparut en 15 jours d'administration de diastases hépatiques (1^{mg} par jour en ingestion). Autre résultat, tout à fait semblable, sur une femme de 50 ans. Disparition, également en 15 jours, d'un eczéma de la face et du corps sur un nourrisson de 15 mois, malade depuis sa naissance, avec un mélange de diastases de foie, estomac, intestin, pancréas. Par contre, l'eczéma sec séborréique de l'homme nous a paru plus rebelle.

Il est à remarquer que ce traitement ne supprime pas les poussées nouvelles; mais celles-ci sont très courtes, comme avortées, et vont en s'espaçant de plus en plus.

Action de la thyroïde sur les fonctions digestives. — La glande thyroïde possède des fonctions multiples que l'emploi des diastases tissulaires permettra de préciser.

Sur un enfant de 10 ans, atteint de troubles intestinaux depuis sa naissance et d'une croissance ralentie, l'administration de diastases thyroïdiennes, en même temps qu'elle agit sur la croissance, amena très rapidement la disparition définitive des troubles digestifs.

Un jeune homme de 15 ans, d'une taille de $1^{m},60$, avait un développement cérébral insuffisant, en même temps qu'il présentait des troubles profonds de la nutrition et de la digestion gastrique, une véritable apepsie. L'administration des diastases thyroïdiennes amena, en un mois, le fonctionnement normal de l'estomac, avec relèvement de l'appétit, alors que les diastases d'estomac n'avaient produit aucun effet. Après trois mois de médication thyroïdienne, le sujet avait pris 6^{kg} et grandi de 6^{cm}. Au bout de six mois, l'augmentation de poids était de 15^{kg} et l'amélioration de l'état cérébral très importante.

Interprétation de certains effets de l'administration de diastases tissulaires dans des états pathologiques complexes. — Nous avons montré, dans notre précédente Note, que les diastases tissulaires ne peuvent, en aucun cas, produire de trouble d'hyperfonctionnement. Leur administration à des sujets sains passe toujours inaperçue. Sur des sujets atteints d'insuffisance fonctionnelle d'un ou de plusieurs organes, l'interprétation des résultats peut être compliquée, du fait que le rétablissement fonctionnel d'un organe peut

amener des troubles nouveaux si l'insuffisance primitive avait été compensée. L'action compensatrice, persistant après disparition de la cause qui l'avait provoquée, peut à son tour entraîner une perturbation, qui n'est généralement que passagère, un nouvel équilibre, plus normal, ne tardant pas à se substituer à l'ancien.

L'administration de diastases thyroïdiennes, qui demeure sans effet sur les sujets sains, pourra provoquer des troubles nouveaux et passagers sur des sujets atteints d'insuffisance de la glande thyroïde, en raison des corrélations fonctionnelles de cette glande avec d'autres organes, corrélations qui aboutissent toujours à l'établissement d'un certain équilibre dont le traitement amène la rupture. Chez certains sujets, la diminution de la tonicité et de l'irritabilité de la musculeuse intestinale peut être compensée par une exagération de l'influx nerveux moteur et ne pas produire de constipation. On conçoit alors que l'administration de diastases intestinales (musculeuse et muqueuse réunies), en rétablissant la nutrition et l'activité fonctionnelle de l'organe, entraîne une exagération du péristaltisme et par suite, de la diarrhée, qui est, dans ce cas, la conséquence d'une exagération de la commande nerveuse et non d'un trouble hyperfonctionnel de l'intestin.

PHYSIOLOGIE. — *Sur les conditions physiologiques relatives à la parure nuptiale périodique chez les Oiseaux.* Note de M. J. **Benoit**, présentée par M. Widal.

Dans le but d'étudier le déterminisme des caractères sexuels secondaires chez certains Oiseaux, nous avons porté notre attention sur quelques espèces exotiques dont le mâle présente tous les ans, pendant l'été, à l'époque de la reproduction, un changement de couleur très caractéristique. Nous avons choisi le *Pyromelana franciscana* et l'*Hypochera chalybeata*, vulgairement appelés, l'un *Ignicolore* ou *Multicolore*, l'autre *Combassou* ou *Combasson*.

Pendant la saison froide, les mâles et les femelles de ces deux espèces sont presque impossibles à distinguer les uns des autres : les couleurs du plumage sont identiques dans les deux sexes. Sans entrer dans trop de détails descriptifs, disons que, en hiver, l'Ignicolore (mâle ou femelle) porte des plumes d'une coloration noir brun. Le ventre est blanc. Lorsque apparaissent les premiers beaux jours, les couleurs du mâle se modifient : la

tête et le ventre deviennent d'un beau noir, et une large et magnifique collerette de plumes rouge vermillon apparaît sur la nuque et la gorge de l'oiseau. Cette superbe parure de noce dure tout l'été, et régresse lentement, à la fin de la période des amours.

Le Combassou (mâle ou femelle) présente aussi en hiver un plumage terne. Lorsque le mâle entre dans la période de reproduction, son plumage devient entièrement noir bleu marine, à l'exception de quelques plumes des ailes et de la queue.

La parure de noces du mâle constitue donc, chez ces deux espèces, un caractère sexuel secondaire à évolution cyclique annuelle. Nous basant sur ce fait que chez tous les Vertébrés l'apparition des caractères sexuels secondaires sont sous la dépendance de la sécrétion interne du testicule, comme M. Pézard, notamment, l'a montré avec une grande précision chez les oiseaux, nous avons étudié la structure histologique de cet organe chez les Ignicolores et les Combassous, aux divers stades du cycle évolutif de leur parure de noces, afin de tenter de préciser le substratum histologique de la sécrétion interne qui détermine ce caractère sexuel.

Nous avons évité d'utiliser les techniques histologiques banales, qui ne renseignent pas assez exactement, pour des objets aussi délicats, sur l'état physiologique des cellules. Nous nous sommes servi d'une méthode cytologique, qui met bien en évidence les états de repos ou d'activité sécrétoire des éléments cellulaires.

Voici les faits que nous avons observés :

En ce qui concerne l'Ignicolore, nous avons étudié les testicules d'Oiseaux qui perdaient leur parure, qui l'avaient complètement perdue depuis quelque temps, et qui étaient en train de la reprendre depuis un mois [1]. Dans les trois cas, les tubes séminifères sont au repos complet : ils renferment des cellules de Sertoli et de grosses spermatogonies d'hiver. Le tissu interstitiel au contraire présente des différences marquées :

1° et 2° Dans le cas de l'Ignicolore en train de perdre sa parure de noces et de l'Ignicolore complètement dépourvu de cette parure, le tissu interstitiel, très abondant comparativement au volume des tubes séminifères, est cons-

---

[1] Il est assez difficile de distinguer les Ignicolores qui perdent de ceux qui acquièrent leurs couleurs. Cependant les plumes des premiers sont complètement développées, et elles tombent. Celles des seconds, au contraire, présentent diverses tailles : elles sont en voie de croissance. Mais la meilleure garantie est encore de suivre les Oiseaux avant de les tuer. On est ainsi certain que la parure régresse ou progresse.

titué par de nombreuses cellules à protoplasme très rare, et qui présentent tous les signes du repos glandulaire à peu près complet.

3° Le testicule des Ignicolores dont la livrée a réapparu depuis un mois présente, à côté des tubes séminifères embryonnaires, un tissu interstitiel qui sécrète très activement.

Nous avons fait la même étude dans les mêmes conditions, chez le Combassou :

1° Combassou en train de perdre ses couleurs : les tubes séminifères sont revenus au repos. Le tissu interstitiel est formé par de petites cellules, sécrétant peu ou pas.

2° Combassous complètement dépourvus de leur parure nuptiale. Dans un cas : aucun phénomène sécrétoire dans le tissu interstitiel abondant. Certaines cellules interstitielles sont bourrées de grains de pigment. Dans un autre cas : sécrétion discrète.

3° Combassous reprenant leurs couleurs depuis quelques semaines : la livrée est bleu marine. Il reste cependant encore sur le dos des plumes brun jaune, et des plumes blanches sur le ventre. Les tubes séminifères sont toujours au repos complet. Certaines cellules interstitielles augmentent de volume, et leur protoplasme contient des vacuoles de graisse.

4° Combassou ayant acquis la parure de noces complète. Les tubes séminifères sont un peu plus larges que dans les cas précédents. Dans certains d'entre eux apparaît dejà une lumière. Ils se préparent à la spermatogenèse. Entre ces tubes on voit des cellules interstitielles volumineuses. Elles sécrètent abondamment et contiennent des grains fuchsinophiles et osmiophiles.

5° Combassou ayant acquis sa parure de noces, comme le précédent : le testicule très augmenté de volume, est en pleine spermatogenèse; les tubes séminifères, très dilatés, contiennent tous les éléments de la lignée séminale, jusqu'aux spermatozoïdes. Le tissu interstitiel est réduit, dans les carrefours intertubulaires, à quelques cellules glandulaires, volumineuses, gorgées de produits de sécrétion, et orientées autour des capillaires sanguins.

Ces constatations nous amènent aux interprétations suivantes :

1° Il existe une *corrélation étroite entre l'état de la glande interstitielle testiculaire et l'état de la parure nuptiale*.

Quand ce caractère sexuel régresse ou est absent, les cellules interstitielles présentent tous les caractères morphologiques du repos fonctionnel presque complet (très peu de protoplasme et absence presque totale de produits sécrétés).

Quand la parure nuptiale fait son apparition, les cellules interstitielles commencent à présenter les caractères cytologiques d'éléments glandulaires (augmentation nette du volume du protoplasme et élaboration des produits de sécrétion).

Quand la parure nuptiale est complètement développée, les cellules interstitielles sont volumineuses et en plein travail sécrétoire.

2° Il n'existe *aucune corrélation entre ce même caractère sexuel et la glande séminale intratubulaire.*

Chez les Oiseaux dont la parure nuptiale se développe, les tubes séminifères sont encore au repos complet; ils ne renferment toujours que les cellules nourricières et les spermatogonies d'hiver. Ce n'est que chez les Oiseaux à parure nuptiale complètement développée ou sur le point de l'être que la spermatogenèse commence à s'installer.

Par conséquent, puisque les caractères sexuels secondaires se développent alors que la glande séminale est toujours au repos, et alors que la glande interstitielle est en travail sécrétoire, nous avons le droit d'affirmer que les éléments sexuels n'ont aucune action sur ces mêmes caractères et que tout se passe comme s'ils étaient sous la dépendance de la glande à structure endocrine intertubulaire. Ces oiseaux rentreraient donc dans la loi générale établie tout d'abord chez les Mammifères, et confirmée chez les Oiseaux par des Cilleuls et surtout par les expériences de Massaglia.

BIOLOGIE. — *Convergence ou variation parallèle dans le genre* Halimede (Lépidopt. Satyridæ). Note [1] de MM. **Ch. Oberthür** et **C. Houlbert**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

L'examen de nombreuses formes appartenant au genre *Halimede*, tel que nous l'avons défini dans notre dernière Note, nous a montré que, si ce genre est bien caractérisé par le dessin de ses ailes inférieures, ce dessin présente néanmoins des variations dont il est utile de fixer l'allure.

Nous avons réuni, sous les n°s 1, 2, 3, 4, etc., de la Planche I, huit exemplaires d'*Halimede asiatica* Obthr-Houlb. provenant des régions sud-occidentales de la Chine; or, quelle que soit la localité considérée, nous observons, dans le dessin de l'aile inférieure, en dessous, *une complication graduelle* des lignes transversales, laquelle, partant de la simple moucheture du bord antérieur (*fig.* 1), aboutit à l'élégant festonnement de la

---

(1) Séance du 27 février 1922.

HALIMEDE ASIATICA. Pl. I.



Les perfectionnements graduels du dessin des ailes inférieures (1 à 8) chez *Halimede asiatica* Obthr-Houlb.

HALIMEDE MENETRIESI. *Pl. II.*



Les perfectionnements graduels du dessin des ailes inférieures (1 à 8)
chez *Halimede Menetriesi* Obthr-Houlb.

figure 8. Entre ces deux points extrêmes (1 et 8) de la variation nous pouvons placer tous les exemplaires d'*Halimede asiatica*.

Sur la Planche II, nous avons réuni de même huit formes typiques d'une autre lignée voisine, distincte de la première; ici, les exemplaires proviennent, en majorité, de la Sibérie orientale ou de la Mandchourie. Le dessin des ailes inférieures est bien du même gabarit que le précédent, mais avec une légère variante; la moucheture transversale du bord antérieur est plus compliquée; puis, dans l'angle formé par les nervures M_2 et M_3 à leur origine, se voit un petit arc noir convexe, qui ne se rencontre jamais dans la série précédente. Nous nommons l'espèce de Mandchourie *Halimede Menetriesi*, parce que c'est elle qui fut signalée pour la première fois, en 1859, par Ménétriés. Cette espèce présente, ainsi qu'on peut le voir, un schéma de variation absolument parallèle à celui d'*Halimede asiatica*.

Nous tirons de ce qui précède les conclusions suivantes :

1. Pour deux espèces bien définies, *Hal. asiatica* et *Hal. Menetriesi*, nous avons deux schémas de variations parallèles absolument concordants.

2. On sait que les espèces varient, mais il est souvent difficile de fixer l'amplitude des variations; ici, les limites sont nettes pour chaque série entre les nos 1 et 8.

3. Les deux thèmes de variations que nous venons d'indiquer ne sont point spéciaux au genre *Halimede;* nous les retrouverons dans les genres *Arge*, *Melanargia* et *Parce;* ils répondent donc à une loi biologique générale que nous nous proposons d'étudier méthodiquement.

BIOLOGIE. — *Contribution à l'étude des bouillies cupriques.* Note de M. et Mme G. Villedieu, présentée par M. P. Viala.

Dans des Notes antérieures (1) nous avons montré que les eaux de pluie ne pouvaient dissoudre de traces appréciables des sels de cuivre existant dans les bouillies neutres ou alcalines actuellement employées en viticulture; nous avons montré également en faisant vivre dans les solutions de cuivre des zoospores de *Phytophthora infestans* (mildiou de la pomme de terre), que même si des traces de cuivre étaient ainsi solubilisées elles ne sauraient entraver l'éclosion des conidies du mildiou et la germination des zoospores.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 360 et t. 172, 1921, p. 335.

On peut facilement répéter ces expériences en utilisant une solution d'acide carbonique contenant 500^{mg} de ce gaz par litre qu'on sature par de l'oxyde de cuivre bleu hydraté dit de Péligot bien exempt d'alcali; après filtration on obtient un liquide riche en cuivre que l'on ensemence avec des conidies de phytophthora; celles-ci éclosent, les zoospores se fixent et germent normalement à + 14°. Cette expérience infirme les théories actuellement admises.

Dans les bouillies bourguignonnes, où l'on fait réagir en proportions équimoléculaires du sulfate de cuivre sur du carbonate de soude, on obtient

$$SO^4Cu + CO^3Na^2 + 2H^2O = CO^3Cu(OH)^2,\ H^2O + SO^4Na^2,$$

c'est-à-dire du sulfate de sodium et de l'hydrocarbonate bleu de cuivre qui en séchant à l'air, en présence du sulfate de soude, se déshydrate et donne de l'hydrocarbonate vert $CO^3Cu\ Cu(OH)^2$ ou malachite; ce composé est de tous les composés cupriques des bouillies le plus insoluble et son rôle dans les bouillies devient alors inexplicable.

Il nous a paru intéressant de rechercher si le sulfate de soude qui se forme dans cette réaction n'aurait pas une action sur les zoospores de mildiou. Ce sulfate de soude, séché avec l'hydrocarbonate et retenu par lui, est protégé des eaux de pluie par le revêtement insoluble que forme le précipité cuprique; mais, après un orage où lors d'une rosée, les gouttes d'eau qui séjournent sur une tache dissolvent le sulfate de soude resté inclus dans le produit cuprique.

Il nous a été permis de constater qu'une solution à 1^{g},80 pour 1000 de SO^4Na^2 entravait singulièrement l'éclosion des conidies de phytophthora et qu'une solution à 2 pour 1000 l'empêchait complètement. Ce phénomène n'est pas particulier au sulfate de soude : des solutions à 1,50 pour 1000 de KCl, à 1,50 pour 1000 de NaCl, ou même à 2 pour 1000 de AzO^3K, grossièrement isotoniques au point de vue osmotique, avec une solution à 2 pour 1000 de sulfate de soude arrêtent complètement également la germination du mildiou.

Si l'on prend le mélange : SO^4Ca et CO^3Ca qui constitue le résidu des bouillies bordelaises neutres (ou alcalines, mais carbonatées) en ayant soin de prendre du sulfate de chaux (SO^4Ca, $2H^2O$) finement précipité comme celui des bouillies et mélangé de carbonate de chaux au préalable, et qu'on additionne ce mélange d'une eau contenant, comme l'eau de pluie, des traces de carbonate d'ammoniaque, on obtient, après agitation, contact et filtra-

tion, un liquide saturé de sulfate de calcium dans lequel l'éclosion des conidies de phytophthora est singulièrement entravée.

Si une conidie vient par hasard à éclore, ce n'est qu'avec un retard très appréciable, atteignant quelquefois plusieurs heures, sur l'éclosion des conidies d'une préparation témoin sur l'eau distillée ou sur une eau légèrement cuivrée.

Ceci explique les insuccès qu'ont signalés maints auteurs, et qu'ils ont déclaré avoir éprouvés, à faire germer du *Plasmopara viticola* dans des eaux de puits ou de rivières ou même dans des eaux mal distillées, contenant des sels divers. Tous ont, par contre, reconnu que dans l'eau de pluie ou de rosée ou même dans l'eau bidistillée, la germination s'effectue régulièrement. Les conidies de mildiou semblent, comme beaucoup de graines, être dans l'impossibilité de germer dans des solutions salines suffisamment concentrées : toutes les expériences faites jusqu'à ce jour l'ont fait prévoir et celles que nous venons de signaler le démontrent suffisamment.

Toutes les bouillies, en dehors de leur alcalinité ou de leur acidité, peuvent donc agir par la simple solution des sels adjoints aux sels de cuivre : sulfate de calcium dans les bouillies bordelaises ou sulfate de sodium dans les bouillies bourguignonnes, auxquels viennent s'ajouter les sels déposés par les eaux ayant servi à leur préparation.

Sans le concours problématique du cuivre, ce simple fait, d'ordre connu, suffit donc pour expliquer l'action anticryptogamique de ces bouillies.

BIOLOGIE. — *Sur le déterminisme des caractères sexuels secondaires chez les Urodèles.* Note (1) de M. **M. Aron**, présentée par M. Widal.

Dans une Note récente (2), M. Champy tente de réfuter les observations morphologiques et expérimentales que nous avons faites chez *Triton cristatus*, et à la suite desquelles nous avons établi que le tissu glandulaire périodique du testicule, découvert par Pérez, tient sous sa dépendance chez cette espèce, le développement de la parure nuptiale (3). Nous ne

(1) Séance du 27 février 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 192-195.

(3) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 57, et t. 174, 1922, p. 332; *C. R. Soc. Biol.*, t. 85, p. 482.

méconnaissions nullement, en nos communications précédentes, les travaux de M. Champy. L'auteur dans sa dernière Note ne fait que confirmer la plupart des conclusions auxquelles il était arrivé antérieurement. Précisons les raisons sur lesquelles s'appuie notre opinion.

A. Constatations morphologiques. — 1° *Formation et signification morphologique du tissu glandulaire.* — Nous venons d'écrire que M. Champy confirme la plupart de ses conclusions antérieures, non pas toutes. En effet, en ce qui concerne l'origine et la signification du tissu glandulaire, on note dans les idées de M. Champy trois stades : *a*. Le tissu glandulaire, issu de la prolifération des cellules de Sertoli, comporte la signification d'une glande endocrine (1913) ([1]). *b*. La formation du tissu glandulaire ressortit à la phagocytose des spermies; sa signification est celle d'une réserve de « lécithines » (1921) ([2]). *c*. « Le tissu adipeux provient de la transformation des spermies » (1922, *loc. cit.*). Sans vouloir revenir sur les points établis au cours de nos travaux précédents, nous insistons sur ce fait que la prolifération des cellules de Sertoli (d'où résulte leur organisation ultérieure en un amas endocrinien) est commandée, non par la régression, mais par l'élimination des spermies. Quant à l'évolution glandulaire des éléments qui prolifèrent, elle est évidente ([3]).

2° *Concomitance entre la présence du tissu glandulaire et l'existence de la parure.*

M. Champy la nie, et, pour la nier, s'appuie sur le fait que la parure de noces apparaîtrait au complet avant qu'il n'y eût de tissu glandulaire dans le testicule. L'auteur base sa conclusion sur une centaine d'autopsies. Nous basons le nôtre sur un nombre presque égal d'observations. Mais M. Champy reconnaît qu'il a « rejeté », dans ses investigations, l'espèce *cristata* que nous avons étudiée. Or nous avons précisé ce qu'il faut, chez *Molge cristata*, considérer comme caractères sexuels périodiques : crête dorso-caudale, ligne argentée caudale, développement et pelotonnement du canal de Wolff. Il y aurait grand intérêt à savoir la signi-

---

([1]) *Archives de Zool. expér. et gén.*, t. 59, fasc. 2.

([2]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 482.

([3]) Les cellules deviennent volumineuses; leur abondant protoplasme renferme de nombreuses granulations mitochondriales et des enclaves osmio-réductrices. Leur prolifération est suivie de la disparition de la paroi du cyste et de leur mise en rapport avec le tissu conjonctif.

fication réelle de ceux sur lesquels M. Champy fonde les conclusions tirées de l'observation de l'espèce *alpestris*. Nous ne saurions en effet qu'acquiescer à l'idée qu'il y a des caractères dont le déterminisme complexe peut échapper à l'action du testicule. Si là n'était pas la source de l'erreur de M. Champy, il faudrait la rechercher dans le fait que le tissu glandulaire, à cause de son étroite localisation, n'a pas été intéressé par les coupes que l'auteur a examinées.

Les caractères sexuels périodiques de *Triton cristatus* disparaissent d'autre part en même temps que ce dernier régresse. M. Champy veut bien reconnaître cette deuxième concomitance; mais, pour l'interpréter, il recourt à une « survivance de l'hormone fixée par le tissu adipeux » et disparaissant avec lui. Si l'on néglige l'hypothèse de la fixation de l'hormone, cela revient à dire que le prétendu « tissu adipeux » [1] constitue bien en somme le point de départ de l'action exercée sur l'organisme. En admettant, comme M. Champy, que nos expériences de galvano-puncture ne fissent que confirmer les faits d'évolution, elles renforceraient déjà sérieusement notre théorie. Mais elles prouvent en outre que les spermies — ménagées dans l'intervention en question, en de nombreux cystes intacts — ne jouent aucun rôle dans le déterminisme des caractères sexuels.

B. Constatations expérimentales. — Nous avons pratiqué plus de 60 interventions opératoires. Les principales sont résumées dans nos Communications précédentes. Toutes ont abouti à des résultats concordants. M. Champy les rejette au moyen des objections suivantes :

1° *La parure nuptiale des Tritons est sensible au traumatisme.* — On admettra aisément que nous nous soyons, avant M. Champy, inquiété d'une telle objection. Nous avons pratiqué de nombreuses opérations témoins. Or en aucun cas nous n'avons observé qu'une opération, si grave et si longue qu'elle fût, pût entraîner plus qu'une légère et passagère régression des caractères sexuels, quand le tissu glandulaire était ménagé bi- ou unilatéralement, et l'animal nourri sitôt que possible après l'intervention.

2° *La parure nuptiale des Tritons est sensible à la captivité.* — Le fait suivant nous dispensera de longs commentaires : une quinzaine de tritons

---

(1) Cette expression de « tissu adipeux », outre qu'elle est inexacte, prête à l'équivoque et induit à la confusion avec le « corps adipeux » qu'on observe chez tous les Batraciens au voisinage des glandes génitales.

mâles, maintenus en étroite captivité dans une pièce bien chauffée, de septembre 1921 à février 1922, mais soigneusement alimentée, ont présenté sans interruption, durant cette période, une parure magnifique. Tous ceux qui ont été autopsiés avaient dans leur testicule un tissu glandulaire bien développé.

3° *La parure nuptiale des Tritons est sensible au jeûne.* — C'est vrai; une conséquence de cette proposition est qu'il faut nourrir les tritons en expérience. Le jeûne provoque assez rapidement une régression de la parure, et c'est un argument de plus en faveur de notre théorie : le jeûne suspend en effet la genèse du tissu glandulaire. Un jeûne prolongé entraîne même la dégénérescence graisseuse du testicule. Mais on conviendra qu'on ne saurait assimiler au tissu glandulaire (c'est ce que semble faire M. Champy si nous comprenons bien le passage de sa Note relatif aux effets du jeûne), tissu spécifique de par son origine, son mode de formation et son rôle, le produit de la dégénérescence graisseuse d'un organe.

En résumé les conclusions de nos précédentes Communications sur le déterminisme des caractères sexuels secondaires des Urodèles demeurent entières.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Solubilisation et dégradation diastasique des matières azotées du maïs; application aux fabriques de levure.* Note de M. P. Nottin, présentée par M. L. Lindet.

Les distillateurs de grains cherchent aujourd'hui à augmenter les rendements en levure, au détriment du rendement en alcool, dont la vente n'est plus rémunératrice. Une des conditions essentielles est de produire des moûts riches en matières azotées, solubilisées et dégradées. Cette solubilisation et cette dégradation pourraient être effectuées par la peptase et la tryptase du maïs employé; mais celui-ci doit subir la cuisson pour mettre son amidon en état d'être saccharifié par le malt, en sorte que les enzymes du maïs sont tués et que la digestion des matières azotées ne peut plus être demandée qu'aux enzymes du malt.

I. Pour caractériser la dégradation des matières azotées, j'ai dosé dans les moûts filtrés les matières azotées qui ne coagulent pas par le bisulfate de mercure, dosage qu'il faut distinguer de celui des matières azotées totales

contenues dans les mêmes moûts filtrés. Pour détruire les diastases du maïs dans certaines expériences, j'ai eu recours à l'action, pendant 1 heure, du bisulfate de mercure sur la farine en suspension dans l'eau; le réactif est éliminé ensuite par l'eau de baryte.

Pour 100g de farine employée :	Après :	Matières azotées totale.	Matières azotées non coagulable.
A. Digestion, au contact de l'eau, de maïs cru, privé de ses enzymes par le bisulfate de mercure	45h	0g,63	0g,44
B. Digestion, au contact de l'eau, de maïs cru, contenant ses enzymes	45	1,98	1,24
C. Digestion, au contact d'eau de malt, de maïs cru contenant ses enzymes	42	1,70	0,87
	45	2,01	1,53
	93	2,51	1,78
D. Digestion, au contact d'eau de malt, de maïs privé de ses enzymes par la cuisson	42	1,09	0,44
	45	1,22	0,58
	93	1,30	0,58

Ce Tableau permet de constater, en comparant B et D, l'action des ferments protéolytiques du maïs cru, agissant à 60°. Si l'on rapproche A et B, on voit que les matières azotées non coagulables ont triplé sous l'action de la tryptase du maïs (l'azote total de A n'est pas comparable à celui de B, le bisulfate de mercure ayant certainement coagulé de la matière azotée en même temps qu'il détruisait les enzymes). Dans la colonne C, les actions des diastases du maïs et du malt se superposent; en comparant B et C, on ne voit pas l'action du malt, tandis que l'action trypsique est manifeste, la proportion de l'azote non coagulable pour 100 d'azote total du moût passant de 62,6 pour 100 en l'absence de malt (B) à 76,1 pour 100 en présence de malt (C).

L'action prolongée du malt sur le maïs cuit (D) ne favorise pas la dissolution des protéines comme elle le fait sur le maïs cru (C). Mais la tryptase du malt agit sur les matières azotées solubles du maïs cuit puisque la teneur en matières azotées non coagulables est 0g,58 dans un moût de maïs cuit saccharifié par le malt (D), alors qu'elle est 0g,44 dans ce même maïs en l'absence de tout phénomène diastasique (A). Cette différence, 0g,14, se retrouve dans une autre expérience. Là, je saccharifie par le malt séparément 80g de maïs cuit et 20g de maïs cru; et je compare la somme des résultats ainsi obtenus à une saccharification du mélange 80g de maïs cuit + 20g de maïs cru. La matière azotée totale du moût filtré est la même dans les deux cas, montrant une action nulle de la peptase sur le maïs cuit,

quelle que soit l'origine de cet enzyme ; la matière azotée non coagulable provenant du mélange dépasse de 0g,13 la somme des expériences séparées, ce qui confirme l'action de la tryptase.

II. Les expériences précédentes nous amènent à conclure que, pour disposer du maximum de matières azotées assimilables par la levure, il faut éviter de tuer par la chaleur les enzymes contenus dans le maïs cru ; cette manière de faire est en opposition avec la nécessité de transformer en empois l'amidon que l'amylase du malt va saccharifier. Dans ces conditions, il m'a semblé que l'on peut concilier ces deux faits de la manière suivante :

La farine de maïs crue, sans malt, est laissée au contact de l'eau à 60° : la matière azotée se dissout dans le liquide ; par filtration, la drèche est séparée du liquide et cuite ; sur l'empois, on remet le liquide précédemment filtré, puis on saccharifie par le malt. J'ai recherché si cette méthode (A) permet d'augmenter en effet le rendement en levure, en la comparant avec le procédé ordinaire (B), c'est-à-dire cuisson du maïs sans macération préalable.

Pour 100g de farine de maïs :	A.	B.
		g
Hydrates de carbone (en glucose)	71,92	72,44
Matières azotées dissoutes totales	2,05	1,45
Matières azotées non coagulables	1,05	0,63
Rendement en levure sèche	2,31	1,33

On peut objecter que ces moûts n'ont pas la même composition. Aussi ai-je préparé deux autres moûts, l'un de maïs cru, l'autre de maïs cuit ; puis, par dilution, j'ai égalisé les teneurs en azote total, et, par dissolution de sucres appropriés, j'ai uniformisé la teneur en hydrates de carbone. Un même volume de ces moûts, ne correspondant pas au même poids de maïs, a donné après fermentation :

Pour 300cm³ de moût :	Maïs cru.	Maïs cuit.
Levure sèche	0g,557	0g,348
Alcool en poids	6g,40	5g,87

En résumé, grâce au procédé proposé qui permet de conserver les enzymes de maïs, on obtient une meilleure utilisation des protéines de cette céréale et une augmentation du rendement en levure pour 100kg de grains.

La séance est levée à 15 heures trois quarts.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de février 1922.

Études glaciaires dans les Pyrénées françaises et espagnoles de 1900 à 1909, par Ludovic Gaurier. Pau, Garet-Haristoy, 1921; 1 vol. 25^{cm}. (Présenté par M. le Prince Bonaparte.)

La T. S. F. des amateurs, par Frank Duroquier. Paris, Masson et Cie, 1922; 1 vol. 18^{cm}.

Calcolo del titolo più economico di un gas misto di gas ricco e povero, par C. Canovetti. Extrait de l'*Industria del gas e degli Acquedotti*, n° 9, septembre 1921. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Notes ptéridologiques, par le Prince Bonaparte. Fascicules X et XI. Paris, chez l'auteur, 1920; 2 vol. 20^{cm}.

Traité de métapsychique, par Charles Richet. Paris, Félix Alcan, 1922; 1 vol. 25^{cm}.

Électricité et matière, par Sir J.-J. Thomson. Paris, Gauthier-Villars, 1922; 1 vol. 16^{cm}.

Les organes réglants des chronomètres, par J. Andrade. Besançon et Bienne. E. Magron, 1922; 1 vol. 19^{cm}.

Théorie mathématique des assurances, par P.-J. Richard. Tomes I et II. Paris, Octave et Gaston Doin, 1922; 2 vol. 28^{cm}. (Présenté par M. d'Ocagne.)

Éther ou relativité, par Maurice Gandillot. Paris, Gauthier-Villars, 1922; 1 vol. 18^{cm}.

Nouvelle méthode de calculs différentiel et intégral à la portée de tous, par E.-E. Marchand Bey. Première partie chez l'auteur, 1922; 1 vol. 23^{cm}.

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 30 janvier 1922.)

Note de M. *Armand Cahen*, Sur les équations différentielles du premier ordre à points critiques fixes :

Page 278, avant-dernière ligne, *au lieu de* ($X = 0$, $Y = 0$), *lire* ($X = \infty$, $Y = 0$).

(Séance du 13 février 1922.)

Note de M. *Maurice Janet*, Les caractères des modules de formes et les systèmes d'équations aux dérivées partielles :

Page 432, dernière ligne, *au lieu de* σ''_{n+1}, *lire* σ''_{n-1}.

Page 433, ligne 2, après σ''_{n-1}, remplacer les points par etc....; lignes 6 et 8, supprimer les points avant σ_2 et σ_{n-1}.

Page 434, ligne 9, ajouter les mots : certaines dérivées d'*ordre* $p + \lambda$ de u :

(Séance du 27 février 1922.)

Note de MM. *A. Policard* et *G. Mangenot*, Action de la température sur le chondriome cellulaire. Un critérium physique des formations mitochondriales :

Page 645, ligne 25, *au lieu de* une algue, *Saprolegnia*, *lire* un champignon, *Saprolegnia*.